
ALGORITMA SIMPLIFIKASI PERAMBATAN PANAS KONDUKSI PADA BENDA DENGAN BENTUK BOLA

Tomi Tristono

Fakultas Teknik

Universitas Merdeka Madiun

tomitristono@unmer-madiun.ac.id

Abstrak

Perambatan panas konduksi pada katagori sistem dengan bentuk fisik bola adalah perambatan satu dimensi bilamana suhu benda hanya merupakan fungsi jarak radial dan tidak bergantung dari sudut azimut. Perambatan panas dipengaruhi sifat-sifat fisik medium yang dilalui diantaranya konduktivitas panas k , panas spesifik c dan kepadatan massa m yang dibangun dengan menganggap bahwa panas mengalir/merambat secara kontinu. Penelitian ini bertujuan untuk melakukan kajian tentang model perambatan panas pada benda-benda dengan bentuk fisik bola dengan memandang sebagai persoalan konduksi satu dimensi.

Langkah pertama yaitu metode penyelesaian numerik yang digunakan adalah metode volume hingga (Finite Volume Method) teknik diskritisasi QUICK (Quadratic Upwind Interpolation Conective Kinematic dengan beda maju pusat (foward central difference). Tahap berikutnya yaitu melakukan analisa uji stabilitas dan konvergensi dan akhirnya pembuatan program disain model dengan bantuan Matlab. Verifikasi hasil simulasi dengan komputer dan validasi hasil perhitungan disain model yang dihasilkan ternyata dapat merefleksikan perambatan panas pada benda-benda bola.

Kata kunci: konduksi panas, benda bola, metode volume hingga

Abstract

Propagation of heat conduction in the category of physical systems with the ball is the propagation of one-dimensional objects only when the temperature is a function of radial distance and is independent of the azimuth angle. Heat propagation affected the physical properties of the medium through which the thermal conductivity k of them, specific heat c and density m constructed by assuming that the heat flow / propagate continuously. This study aims to conduct a study on the model heat propagation in objects with physical ball looked as one-dimensional conduction problems.

The first step is the completion of the numerical method used is the finite volume method (Finite Volume Method) discretization technique QUICK (Quadratic Upwind Interpolation Conective Kinematic with different advanced center (foward central difference.) Next phase is to analyze the stability and convergence test and eventually manufacture the design program model with the help of Matlab. Verify results simulation with computer and validation of the results of the design model calculations resulting was able to reflect heat propagation in objects ball.

Keywords: heat conduction, the object ball, finite volume method

1. Pendahuluan.

Perpindahan kalor dimensi rangkap dapat didekati dengan analisis satu dimensi saja. Persamaan differensial konduksi panasnya menjadi sederhana dan sebagai akibat penyederhanaan ini penyelesaian akan mudah didapat. Hukum Fourir tentang konduksi thermal menjadi sederhana pula jika digunakan untuk menghitung aliran thermal dalam sebuah sistem satu dimensi (Holman, 2002).

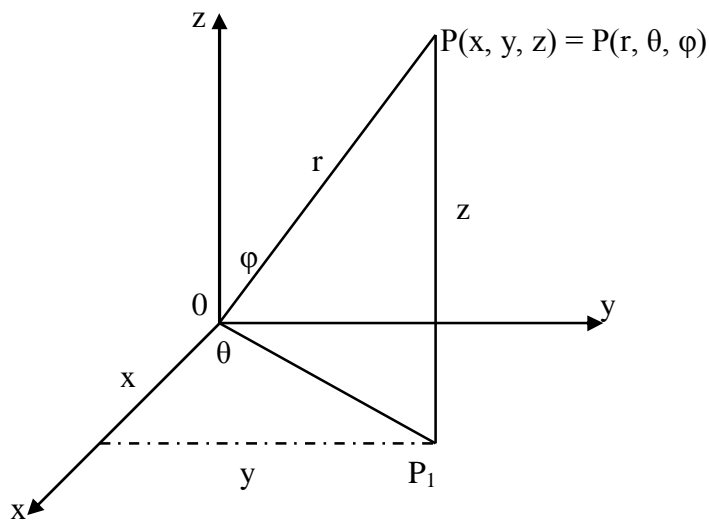
Sedangkan pemodelan secara numerik perambatan panas dari benda-benda bola kali ini menggunakan metode volume hingga (*Finite Volume Method*) yaitu suatu konsep pembaganan yang dapat diterapkan pada masalah aliran fluida dan aerodinamika (Apsley, 2005). Aliran fluida memenuhi sifat fisis tertentu, dengan memperhatikan sifat – sifat fisis tersebut dapat dibangun persamaan matematikanya. Pada umumnya fluida memenuhi hukum kekekalan massa, kekekalan energi, hukum kekekalan momentum, dan hukum fisika lainnya sesuai dengan permasalahannya(White, 1994).

Langkah diskritisasi model matematika dilakukan dengan *QUICK (Quadratic Upwind Interpolation Conective Kinematic* menggunakan skema beda pusat (*central difference scema*). Adapun alasan dari penggunaan diskritisasi dengan skema beda maju pusat (*central foward difference*) pada penelitian ini karena hasil yang dicapai dijamin stabil. Matrik yang diperoleh sebagai hasil diskritisasi adalah simetris berbentuk matrik multidiagonal yang mempunyai *invers*.

Penelitian ini bertujuan untuk melakukan kajian untuk mendapatkan model perambatan panas arah radial pada benda-benda bola yang dipandang sebagai persoalan konduksi satu dimensi.

1.1 Transformasi Koordinat

Pola hubungan yang berlaku antara sistem koordinat kartesius dan sistem koordinat bola menurut Soehardjo (1980) adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Sistem koordinat Kartesius dan sistem koordinat bola

Proyeksi $P(x, y, z)$ pada bidang XOY adalah P_1 .

r = sudut yang dibentuk antara sumbu x positif dengan garis OP_1 .

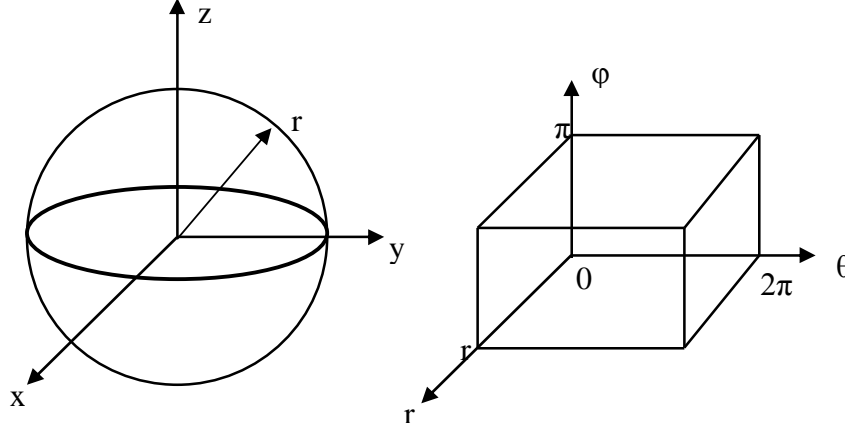
θ = sudut yang dibentuk antara sumbu x positif dengan garis OP_1 .

φ = sudut yang dibentuk antara sumbu z positif dengan garis OP. ($0 \leq \varphi \leq \pi$).

Hubungan antara koordinat bola dan koordinat kartesius adalah sebagai berikut:

$$x = r \sin \varphi \cos \theta \quad ; \quad y = r \sin \varphi \sin \theta \quad ; \quad z = r \cos \varphi. \quad (1.1)$$

Berdasarkan pola hubungan antar variabel maka bentuk domain sebuah bola pada sistem koordinat kartesius dapat ditransformasikan ke sebuah balok dengan sistem koordinat bola.



Gambar 2. Transformasi koordinat pada benda bola.

1.2 Perambatan Panas Konduksi.

Konduksi panas dalam medium yang padat biasanya tergabung dengan konveksi dan dalam beberapa hal juga radiasi. Laju perpindahan kalor itu berbanding lurus dengan gradien temperatur (Holman, 2002).

Neraca energi perambatan panas pada benda *bola* yang hanya bergantung pada jari-jari r adalah sebagai berikut :

1. Energi yang dihantarkan masuk melalui jari – jari dalam benda *bola*.

$$\text{Energi yang dibangkitkan dalam unsur} = \dot{q}Adr$$

$$\text{Perubahan energi dalam} = \rho c A \frac{\partial T}{\partial t}$$

2. Energi yang dihantarkan keluar melalui jari – jari luar benda *bola*.

$$= -kA \frac{\partial T}{\partial t} \Big|_{x+dx} = -A \left[k \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(k \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr \right]$$

\dot{q} : energi yang dibangkitkan per satuan volume W/m^3 .

c : kalor spesifik bahan (J/kg.K)

ρ : kerapatan atau densitas bahan (kg/m^3).

Jika energi yang masuk dan keluar digabungkan maka diperoleh bentuk sebagai berikut :

$$-kA \frac{\partial T}{\partial r} + \dot{q}Adr = \rho c A \frac{\partial T}{\partial t} - A \left[k \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(k \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr \right] \quad (1.2)$$

Selanjutnya kedua ruas kiri dan kanan dari Persamaan (1.2) dibagi dengan A maka diperoleh :

$$-k \frac{\partial T}{\partial r} + \dot{q}dr = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \left[k \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(k \frac{\partial T}{\partial r} \right) dr \right] \quad (1.3)$$

Jika Persamaan (1.3) disederhanakan akan diperoleh persamaan :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.4)$$

Persamaan (1.4) di atas berlaku untuk konduksi panas satu dimensi dengan harga $\alpha = \frac{k}{\rho c}$ adalah *difusifitas thermal* (m²/dt). Persamaan (1.4) dapat ditulis

kembali dalam bentuk :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.5)$$

Persamaan (1.5) merupakan persamaan konduksi panas pada satu dimensi yang berubah terhadap waktu atau bisa disebut dengan konduksi panas *unsteady* dengan energi yang dibangkitkan dari dalam unsur. Persamaan (1.5) dapat ditulis menjadi :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\dot{q}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1.6)$$

1.3 Model Matematika

Model matematika pada permasalahan perambatan panas konduksi pada bola baja pejal dibangun berdasarkan fenomena-fenomena alam yaitu hukum kekekalan massa, hukum kekekalan momentum dan hukum kekekalan energi. Persamaan matematika yang dibangun berdasarkan hukum-hukum fisika yang berlaku tersebut didasari oleh Teorema Pengangkutan Reynold (Chow, 1988). Pembagian volume kendali untuk masing masing *node* pada permasalahan dengan menggunakan skema *cell centered* diilustrasikan seperti pada Gambar 4 dengan metode volume hingga.

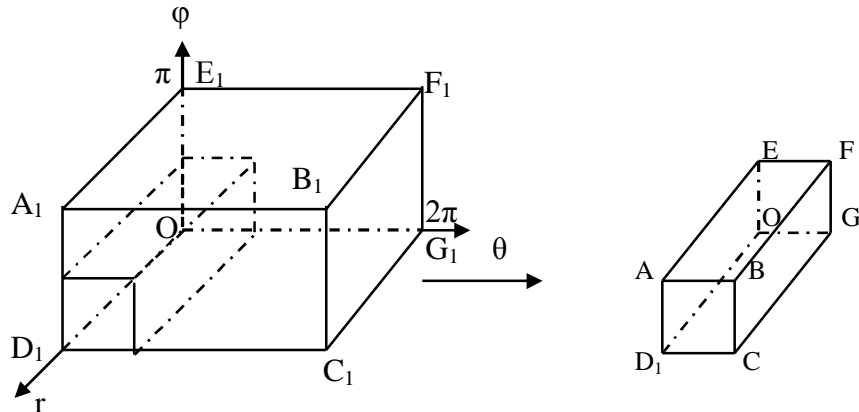
Adapun pembagian metode volume hingga adalah salah satu metode yang dapat digunakan untuk pemodelan matematika perambatan panas konduksi. Metode ini dapat diterapkan karena sesuai dengan pada masalah aliran fluida dan aerodinamika (Apsley, 2005). Aliran fluida memenuhi sifat fisis tertentu, dengan memperhatikan sifat – sifat fisis tersebut dapat dibangun persamaan matematikanya. Pada umumnya fluida memenuhi hukum kekekalan massa, hukum kekekalan momentum, dan hukum fisika lainnya sesuai dengan permasalahannya.

2. Metode Penelitian.

Penelitian ini termasuk penelitian terapan (*applied research*) yang menggunakan simulasi data dengan komputer dan aspek konveksi diabaikan. Data sekunder diperoleh dari buku literatur tentang data spesifikasi bahan penelitian. Pelaksanaan penelitian dilaksanakan pada bulan Nopember 2010 sampai dengan Desember 2010 dengan melakukan kajian model dari bola baja pejal panas yang didinginkan secara cepat pada proses *quencing* dengan cara dicelupkan dalam fluida bertemperatur suhu kamar. Berikut ini adalah spesifikasi dari bola baja tersebut diantaranya adalah konduktifitas thermal $k = 56$ watt/m °C, kapasitas kalor $c = 460$ J/kg °C, jari-jari bola baja $r = 7$ mm, massa jenis $\rho = 7817$ kg/m³, sedangkan fluida yang digunakan berada pada sebuah wadah terbuka yang diletakkan di ruang terbuka pada suhu kamar.

Pembagianannya model menggunakan konsep metode volume hingga (*Finite Volume Method*) dengan teknik diskritisasi *QUICK (Quadratic Upwind Interpolation Conective Kinematic)* menggunakan skema beda maju pusat (*central foward difference scema*).

Langkah-langkahnya algoritma kajian perambatan panas pada bola pejal baja yaitu meliputi transformasi bentuk fisik bola, mengambil bagian potongan balok hasil transformasi, mendesain model matematika, pembagian dengan konsep metode volume hingga (FVM), uji stabilitas model dan uji konvergensi (Versteg, 1995), pembuatan algoritma dan program, menyelesaikan model secara numerik, verifikasi hasil dan validasi hasil.

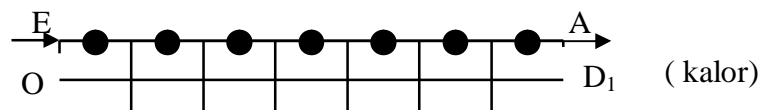


Gambar 3. Pengambilan sebuah potongan dari balok hasil transformasi bola.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

3.1 Desain Model dengan Skema Beda Maju Pusat (*central foward difference scema*).

Kategori perambatan panas yang mencakup berbagai bentuk fisik yang berlainan yaitu sistem silinder dan bola adalah satu dimensi bilamana suhu benda hanya merupakan fungsi jarak radial dan tidak bergantung dari sudut azimuth atau letak pada poros. Pada masalah perambatan panas pada bola baja pejal dalam tiga dimensi pengaruh koordinat ruang kecil sekali sehingga dapat diabaikan. Perpindahan kalor dimensi rangkap dalam hal ini dapat didekati dengan analisis satu dimensi saja. Menurut Holman, (2002) bentuk hukum Fourir tentang konduksi thermal menjadi sederhana jika digunakan untuk menghitung aliran thermal dalam sebuah sistem satu dimensi dan sebagai akibat penyederhanaan ini penyelesaian juga akan mudah didapat.



Gambar 4. Pembagian *node cell centered* pada satu dimensi

3.2 Penyelesaian Numerik

Tampak pada Gambar 4. di atas yaitu bagian utama potongan melintang dari balok dalam koordinat *bola* hasil transformasi sebuah bentuk bola. Bidang $OE_1F_1G_1$ adalah hasil transformasi dari titik pusat bola. Tampak samping dari potongan balok $ABCD_1$ OFG adalah bidang $OEAD_1$ yang didiskritisasi menjadi 7 pias. Node pertama terletak pada bola baja berjari-jari 0,5 mm dari pusat bola. Node ke-7 berada pada jari-jari 6,5 mm dan berada 0,5 mm dari kulit bola baja.

Hasil simulasi perambatan panas satu dimensi dengan menggunakan *software* matematika Matlab dapat dilihat pada Tabel 1 dan Gambar 5 berikut:

Permasalahan tersebut akan dibahas dengan kondisi syarat batas Dirichlet $T_A = 200^\circ\text{C}$ yaitu untuk suhu bola baja. T_B adalah syarat batas suhu udara ruangan sekitar dimana fluida tersebut dibiarkan terbuka berada yaitu 28°C . Kajian dilakukan dengan asumsi suhu pusat bola berada pada beberapa keadaan dan q yang bersesuaian per satu satuan luas ke arah keluar.

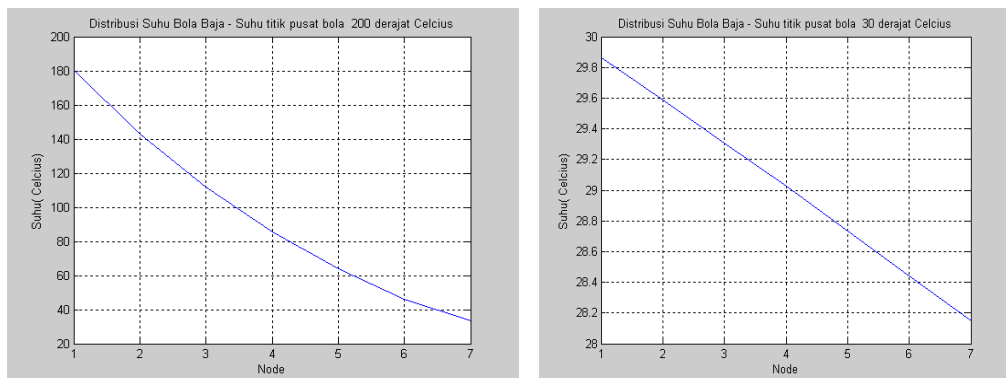
Hasil dari diskritisasi di atas maka model dinyatakan dalam perkalian matriks $AT = B$. Dengan A merupakan matriks koefisien T (suhu) yaitu matriks berukuran 7×7 . T merupakan matriks kolom suhu yang mempunyai ukuran 7×1 dan B merupakan nilai hasilnya di ruas kanan yang juga merupakan matriks kolom berukuran 7×1 .

Dalam menyusun penyelesaian numerik perlu diperhatikan juga kestabilan dan keakurasiannya. Hal ini dibutuhkan bila penyelesaian eksaknya itu tidak diketahui. Sehingga untuk meyakinkannya perlu ditunjukkan seberapa akurat penyelesaian ini.

Menurut Versteeg dan Malalasekera (1995) dalam bukunya menyebutkan bahwa diskritisasi QUICK bisa tidak stabil utamanya disebabkan karena munculnya koefisien negatif. Tetapi hal ini bisa dikurangi dengan cara memformulasi kembali dengan cara yang berbeda sehingga dapat meningkatkan kestabilan. Beberapa dari pendekatan yang terkenal lebih baik yaitu yang didiskripsikan oleh Han et al, Pollard dan Siu; dan Hayase et al. Pengarang terakhir mengeneralisasi pendekatan untuk merancang kembali pembagian QUICK dan menurunkan kestabilan serta kekonvergenan yang sangat cepat.

3.3 Hasil Simulasi Numerik

Penyelesaian masalah kajian perambatan panas dilakukan dengan simulasi komputer menggunakan *software* matematika MATLAB 6.5.



Gambar 5. Hasil Simulasi Distribusi suhu

Berdasarkan Gambar 5 tentang hasil Simulasi distribusi suhu maka dapat dibuat Tabel berikut:

Tabel 1. Hasil Simulasi Distribusi suhu dengan beberapa kondisi suhu pada pusat bola

Node ke	Jari - jari r (mm)	Suhu Pusat Bola ($^\circ\text{C}$)				
		$T_A = 200^\circ\text{C}$ $q = -120$ watt	$T_A = 150^\circ\text{C}$ -90	$T_A = 100^\circ\text{C}$ -60	$T_A = 50^\circ\text{C}$ -20	$T_A = 30^\circ\text{C}$ -0.1
1		200	150	100	50	30
2		140	100	60	30	28.5
3		100	60	30	28.5	28.3
4		60	30	28.5	28.3	28.2
5		30	28.5	28.3	28.2	28.15
6		28.5	28.3	28.2	28.15	28.1
7		28.3	28.2	28.15	28.1	28.05

1	0.5	180.2460	135.6845	91.1230	47.1839	29.8571
2	1.5	142.8807	108.6606	74.4404	41.9087	29.5714
3	2.5	111.7060	86.2795	60.8530	37.6653	29.2857
4	3.5	85.4519	67.5889	49.7260	34.2420	29.0000
5	4.5	63.6952	52.2714	40.8476	31.5682	28.7143
6	5.5	46.2947	40.2210	34.1473	29.6205	28.4286
7	6.5	33.2034	31.4026	29.6017	28.3910	28.1429

4. Kesimpulan.

Berdasarkan kajian perambatan panas bola-bola baja secara numerik yang dilakukan penulis dalam penelitian ini, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan antara lain:

1. Model matematika perambatan panas konduksi pada katagori sistem dengan bentuk fisik bola adalah perambatan satu dimensi bilamana suhu benda hanya merupakan fungsi jarak radial dan tidak bergantung dari sudut azimut.
2. Model yang dapat mensimulasikan distribusi aliran panas satu dimensi pada benda bola dengan menggunakan konsep pembaganan metode volume hingga dan skema *QUICK (Quadratic Upwind Interpolation Conective Kinematic menggunakan beda maju pusat (central foward difference scema)*.

Daftar Pustaka

- Apsley, D.D. (2007). *Quantitative Properties of F.D. Schemes*. Lecture handout: CFD, University of Manchester, Manchester.
- Holman, J.P, Jasjfi E. (2002). "*Perpindahan Kalor*", Erlangga.
- Kreith, Frank . (2002). *Principles of Heat Transfer*. Mc Graw – Hill Book Company New York.
- Soehardjo, Drs. (1980). *Matematika 3*. ITS Press.
- Versteg, H.K. dan Malalasekera, W. (1995). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics The finite volume Method*. Longman Scientific & Technical: London.
- White, F.M. (1986). *Fluid Mechanics*, 2nd edition, McGraw-Hill, Inc. New York.