
PEMAHAMAN MODEL MATEMATIKA MELALUI SISTEM KOMPARTEMEN

Sulkim

Universitas Pesantren Tinggi Darul Ulum Jombang
mas_sul@ymail.com

Abstrak

Banyak sekali sistem yang dikembangkan dalam bidang matematika. Salah satunya adalah sistem dinamik. Dalam sejarah perkembangannya sistem dinamik selalu dapat di kembangkan dalam berbagai bidang kehidupan, seperti dalam bidang tehnik, bidang ekonomi, bidang biologi dan bidang sosial lainnya. Sistem kekebalan (immune) model Marchuk adalah salah satu bentuk model matematika dalam bidang biologi. Sistem kekebalan model Marchuk tersebut adalah suatu sistem yang sangat komplek dan sulit untuk bisa difahami dan diuraikan dengan matematika formal, maka untuk lebih mempermudah pemahaman dalam matematika model diperlukan bantuan pendekatan kompartemen.

Kata Kunci : *Immune, Sistem Model Marchuk, Kompartemen.*

Abstract

There are so many systems developed in the field of mathematics. One of them is a dynamic system. In the historical development of dynamical systems can always be developed in different areas of life, such as in the field of engineering, economics, biology and other social areas. The immune system (immune) model Marchuk is a form of mathematical modeling in biology. Marchuk model of the immune system is a system that is very complex and difficult to be understood and described by formal mathematics, then to further facilitate the understanding of the mathematical models needed aid compartment approach

Keywords: *Immune, System Model Marchuk, Compartment.*

1. Pendahuluan

Pada model matematika, khususnya pada sistem kekebalan model Marchuk, banyak istilah-istilah yang berkaitan dengan sistem kekebalan dalam biologi yaitu antibody yang merupakan protein yang terdapat pada darah atau kelenjar tubuh lainnya dan digunakan oleh sistem kekebalan tubuh dalam mengidentifikasi dan menetralsir benda asing (antigen) seperti bakteri dan virus.

Antibody merupakan senjata yang tersusun dari protein dan dibentuk untuk melawan sel-sel asing yang masuk kedalam organ manusia. Antibody akan menghancurkan musuh-musuh yang masuk ke jaringan tubuh. Dalam hal ini antibody mempunyai dua fungsi yang pertama untuk mengikatkan dinding dalam sel-sel musuh yaitu antigen, fungsi yang kedua adalah membusukkan struktur biologi antigen tersebut lalu menghancurkannya.

Didalam aliran darah manusia terdapat komponen darah berbentuk zat cair yang disebut plasma darah. Diantara parameter-parameter utama dari sistem

kekebalan model Marchuk tersebut adalah koefisien-koefisien yang menguraikan status organisme yang terkena infeksi dan juga tingkat zat darah penyerang kuman. Sistem kekebalan model Marchuk merupakan suatu sistem dinamik dalam bidang biologi yang melibatkan fungsi antigen (V), fungsi sel plasma (C) dan fungsi zat darah penyerang kuman (F). Jika β adalah koefisien produksi antigen, γ adalah koefisien reaksi antigen antibody, α adalah koefisien dari kekuatan sistem *immune* (kekebalan). μ_c adalah koefisien sel plasma, p adalah produksi zat darah penyerang kuman, η adalah tingkat zat darah perlu menindas antigen dan μ_f adalah koefisien tingkat kematian antibody atau zat darah penyerang kuman. Maka dalam hal ini mengakibatkan banyaknya antigen bergantung pada tingkat reproduksi antigen (β) dan penindasan zat darah penyerang kuman, dengan γ adalah koefisien reaksi antigen antibody saling menyerang atau mematahkan. Begitu juga reproduksi sel plasma bergantung pada zat darah penyerang kuman dan antigen (banyaknya antigen antibody saling menyerang atau mematikan). Fungsi α adalah menguraikan keaktifan kembali dari fungsi *immune* (kekebalan).

Proses produksi sel plasma itu tertunda sehubungan dengan rangsangan zat darah penyerang kuman dan antigen dengan waktu tunda (τ) yang bersifat tetap. Model yang terdapat dalam sistem kekebalan model Marchuk (Fory's, 2008) mengandung persamaan differensial fungsional.

Menurut Hale and Lunel (1993) bahwa persamaan differensial fungsional adalah suatu persamaan differensial yang memuat ketergantungan pada masa lalu. Dalam Hale and Lunel (1993) diberikan tiga tipe persamaan, yaitu tipe *Retarded*, tipe *neutral* dan tipe *advance*. Persamaan tipe *Retarded* menyatakan perilaku suatu sistem dengan laju perubahan yang diamati tergantung pada kuantitas yang lalu atau sekarang. misalnya $\dot{x} = x(t - \tau)$. Tipe *Neutral* menyajikan suatu sistem dengan laju perubahan kuantitas sekarang tergantung pada laju perubahan yang lalu dan kuantitas sekarang atau yang lalu contoh $\dot{x}(t) + \dot{x}(t - \sigma) = x(t - \sigma)$. Sedangkan tipe *Advance* menyatakan suatu sistem dengan kuantitas sekarang bergantung pada keadaan yang lalu dan laju perubahan yang lalu pula misalnya $\dot{x}(t) = x(t + \sigma)$. Dengan demikian persamaan dengan tipe seperti *Advance* ini yang kemudian disebut sebagai persamaan tundaan.

Konsentrasi sel plasma secara fisiologis bersifat eksponen menuju C^* dengan μ_c sebagai koefisien sel plasma. Sedangkan banyaknya zat darah penyerang kuman bergantung pada nilai produksi sel plasma (p), sedangkan angka kematian karena reaksi *immune* dan akibat penuaan. Tingkat zat darah penyerang kuman perlu menindas atau membunuh dinotasikan dengan η .

2. Pembahasan

Model dinamika sistem kekebalan model Marchuk ini terdiri dari tiga variabel yaitu konsentrasi antigen yang dinotasikan dengan V , konsentrasi sel plasma yang dinotasikan dengan C dan konsentrasi zat darah penyerang kuman yang dinotasikan dengan F . Selanjutnya model dinamika sistem kekebalan model Marchuk tersebut secara sederhana dapat ditulis dalam bentuk persamaan differensial sebagai berikut,

$$\dot{V} = (\beta - \gamma F)V(t) \quad (1)$$

$$\dot{C} = \alpha V (t - \tau) F (t - \tau) - \mu_c (C - C^*) \quad (2)$$

$$\dot{F} = \rho C(t) - (\eta \gamma V(t) + \mu_f) F(t). \quad (3)$$

dengan ;

$\dot{V} = \frac{dv}{dt}$, perubahan v terhadap waktu

$\dot{C} = \frac{dc}{dt}$, perubahan c terhadap waktu

$\dot{F} = \frac{df}{dt}$, perubahan f terhadap waktu

$t =$ waktu

dengan pengertian adalah sebagai berikut;

V adalah suatu antigen.

C adalah sel plasma

F adalah konsentrasi zat darah penyerang kuman.

Sedangkan parameter-parameter pada model diatas mempunyai interpretasi sebagai berikut:

β adalah koefisien produksi antigen

γ adalah koefisien reaksi antigen antibody

α adalah koefisien kekuatan sistem immune (Kekebalan).

μ_c adalah koefisien sel plasma.

ρ adalah produksi zat darah penyerang kuman

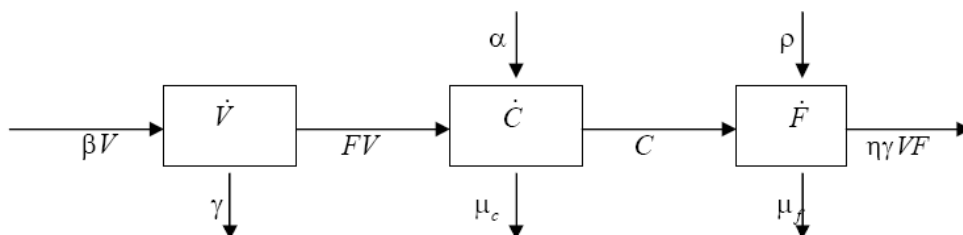
η adalah tingkat zat darah penyerang kuman perlu menindas antigen.

μ_f adalah koefisien zat darah penyerang kuman

Semua parameter-parameter seperti $\beta, \gamma, \alpha, \mu_c, \eta, \rho, \mu_f$ bersifat positif, demikian pula waktu tunda (τ) tidak juga negatif. Pada sistem kekebalan yang berhubungan dengan model Marchuk terdapat parameter-parameter utama dalam model tersebut serta koefisien-koefisien yang menguraikan status organisme yang terkena infeksi dan tingkat produksi zat darah penyerang kuman.

Dinamika sistem kekebalan model Marchuk dapat pula dipelajari dari model kompartemen yang dibuat sesuai dengan interaksi antar antigen, antibody dan zat darah penyerang kuman atau plasma darah, Maka didalam model ini semua koefisien-koefisiennya bersifat konstan. Selanjutnya dari sistem kekebalan model Marchuk dalam bentuk sistem persamaan differensial tak linear tersebut di desain suatu kompartemen matematika sistem kekebalan model Marchuk.

Dinamika sistem kekebalan model Marchuk dipelajari pula dari model kompartemen dengan interaksi antara antigen antibody dan plasma darah (zat darah penyerang kuman). Dalam model klasik ini semua koefisien-koefisiennya bersifat konstan. Kompartemen sederhana Sistem kekebalan diberikan pada Gambar 1.



Gambar 1 . Kompartemen Sederhana Sistem Kekebalan

Adapun Interpretasi dari gambar 1 adalah sebagai berikut;

1. Banyaknya antigen bergantung pada tingkat reproduksi antigen (β) dan penindasan oleh zat darah penyerang kuman dengan γ koefisien reaksi antigen antibody saling menyerang atau membunuh.
2. Produksi sel plasma bergantung pada zat darah penyerang kuman dan antigen atau banyaknya antigen antibody saling membunuh, Kemudian fungsi dari α adalah menguraikan dari keaktifan kembali fungsi *immune*. Selanjutnya proses produksi sel plasma tertunda sehubungan dengan rangsangan zat darah penyerang kuman dan antigen.dengan waktu tunda (τ) yang bersifat tetap. Konsentrasi sel plasma secara fisiologis bersifat eksponen menuju ke arah C^* dan μ_c koefisien sel plasma dan μ_c^{-1} adalah rata rata sel plasma bertahan hidup.
3. Banyaknya zat darah penyerang kuman bergantung pada nilai produksi sel plasma yang dilambangkan dengan notasi p dan angka kematian akibat reaksi *immune* dan penuaan. Serta η tingkat zat darah penyerang kuman perlu menindas antigen, serta μ_f^{-1} adalah rata rata zat darah penyerang kuman tahan hidup.

Daftar Pustaka

- Chen Yuanyuan, Song Changming. (2007). *Stability and Hopf Bifurcation Analysis in a Prey-predator System with Stage Structure for Prey and Time Delay*, www.elsevier.com/locate/chaos.
- Urzula Fory's (2008), *Stability and Hopf Bifurcation for the chronic state in Marchuk of an Immune Sistem*, science direct, urzula @ minuw, edu. p.t.
- Wiggins, S. (1990). *Introduction to applied non linear dynamical system and chaos*. Springer and Verlag. New York.
- Hale, J, K. Lunel, S, W. (1993). *Introduction to Functional Differential Equations*. Springer-Verlag. New York Inc.