
INTERVAL-VALUED FUZZY SET MODELING UNTUK RELIABILITAS SISTEM

Jumiatiningsih

Universitas Pesantren Tinggi Darul Ulum Jombang
bambsetyo@yahoo.co.id

Abstrak

Pemodelan reliabilitas sistem dalam kaitan dengan istilah teori himpunan fuzzy adalah pada dasarnya memanfaatkan himpunan-himpunan fuzzy Type I, di mana keanggotaan fuzzy ini diasumsikan sebagai fungsi positif menurut titik yang berkisar di $[0,1]$. Seperti itu adalah suatu praktek yang tidak praktis karena sebuah keanggotaan interval-valued boleh mencerminkan ketidakjelasan dari sistem lebih baik menurut pola pemikiran manusia. Dalam paper ini, kita akan mengeksplor dasar-dasar teori Interval-valued himpunan fuzzy dan menggambarkan aplikasinya dalam kaitan dengan istilah sebuah contoh industri.

Kata Kunci : *Interval-Valued, Fuzzy Sets, reliabilitas sistem*

Abstract

System reliability modeling in relation to the term fuzzy set theory is basically utilizing fuzzy sets Type I, in which the fuzzy membership is assumed to be a positive function by point range in $[0,1]$. As it is a practice that is not practical because of an interval-valued membership should reflect the uncertainty of the system better by human thought patterns. In this paper, we will explore the basics of the theory of interval-valued fuzzy set and describe its application in relation to the terms of an industrial example.

Keywords: *Interval-Valued, Fuzzy Sets, system reliability*

1. Pendahuluan

Operasi sistem dan pemeliharaan data sering samar-samar dan tidak tepat . Oleh karena itu teori himpunan Fuzzy (Zadeh, 1965) memberikan cara untuk memudahkan aspek ketidakjelasan sistem reliabilitas. Suatu isu fundamental adalah perlakuan dari fungsi keanggotaan karena himpunan fuzzy sebagai satu perluasan klasik yang ditetapkan dalam terminologi tentang memperpanjang $\{0,1\}$. Nilai dua fungsi indikator mengkarakteristikan sebuah himpunan crisp menjadi fungsi keanggotaan yang berkisar pada interval $[0,1]$ yang menandai suatu himpunan fuzzy. Kebanyakan dari usaha-usaha pemodelan reliabilitas fuzzy adalah mengasumsikan sebuah fungsi keanggotaan, yang didapat sebagai suatu perkiraan titik dari derajat tingkat kepercayaan termasuk tentang hubungan, untuk cerminan/pemantulan sifat yang samar-samar dari operasi sistem dan data pemeliharaan.

Bagaimanapun, mungkin saja lebih logis dan praktis untuk mengasumsikan suatu nilai interval kelas keanggotaan, yang bisa dihargai sebagai perkiraan

sebuah interval-valued dari derajat tingkat kepercayaan dari hubungan subordinasi karena sebagai suatu yang umum dan pola pemikiran manusia alami, derajat ketidakjelasan kelihatan sebagai suatu bilangan interval-valued pada $[0,1]$. Dengan kata lain, adalah wajar untuk menggunakan suatu kelas yang khusus dari himpunan fuzzy jenis II - interval-valued fuzzy sets (IVFS) (Zahed, [8]) untuk menguraikan aspek yang tidak jelas dari sistem reliabilitas.

2. Pembahasan

2.1 Konsep dari Interval-Valued Fuzzy Sets

Definisi 1. Suatu interval tertutup $\bar{a} \triangleq [a^l, a^u]$, $a^l, a^u \in \mathbb{R}$, dan $a^l \leq a^u$ adalah disebut real-valued interval number.

Jika $a^l, a^u \in [0,1]$, $[a^l, a^u]$ disebut suatu bilangan interval di unit interval atau bilangan interval sederhana. Misal $\mathbb{I}[0,1] \triangleq$

$$\{\bar{a} = [a^l, a^u] | 0 \leq a^l \leq a^u \leq 1\}$$

lalu ini adalah koleksi semua bilangan-bilangan interval (di unit interval $[0,1]$).

Definisi 2. Misal himpunan U dinotasikan suatu discourse.

Suatu Interval-Valued Fuzzy Sets (IVFS) \bar{A} adalah memetakan dari U ke $\mathbb{I}[0,1]$:

$$\bar{\mu}_A : U \rightarrow \mathbb{I}[0,1] \quad (2.1)$$

For $\forall u \in U$,

$$\bar{\mu}_A(u) \triangleq [\mu_A^l(u), \mu_A^u(u)] \quad (2.2)$$

where,

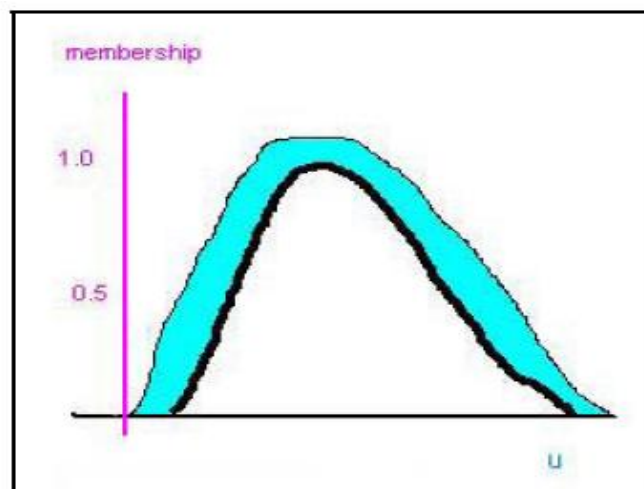
$$\mu_A^l : U \rightarrow [0,1] \quad \text{and} \quad \mu_A^u : U \rightarrow [0,1] \quad (2.3)$$

such that,

$$0 \leq \mu_A^l(u) \leq \mu_A^u(u) \leq 1 \quad \text{for} \quad \forall u \in U \quad (2.4)$$

Oleh karena itu, suatu IVFS adalah dikarakteristikan oleh sebuah Interval-Valued fungsi keanggotaan $\bar{\mu}_A$, dinotasikan sebagai

$$\bar{A} = \{\langle u, \bar{\mu}_A(u) \rangle | u \in U\} \quad (2.5)$$



Gambar 2.1 Keanggotaan sebuah IVFS

[Atanassov, 1986] konsep di usulkan pada Intuitionistic Fuzzy Sets (IFS), yang ekuivalen dengan suatu IVFS. Pemetaan

$$\pi(u) \triangleq 1 - \mu_A^u(u) - \nu_A^u(u) \quad (2.6)$$

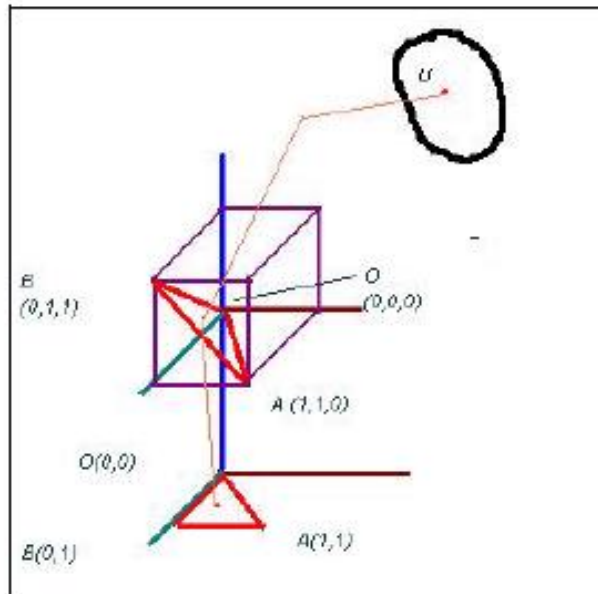
menggambarkan kedalaman derajat tingkat dari ketidak-pastian yang samar-samar dari suatu IVFS dan oleh karena itu

$$\pi \triangleq \mu_A^u - \mu_A^l \quad (2.7)$$

2.2 Interpretasi Geometri

(Agustench, Bustince dan Mohedano, 1999) memberi suatu penafsiran yang geometris dari suatu IVFS, yang dengan jelas mengidentifikasi segitiga OAB (diwarnai merah) di dalam unit dadu/kubus di bawah sistem koordinat

(μ_A^l, μ_A^u, π) (dengan kata lain keanggotaan lebih rendah μ_A^l - sumbu horizontal diwarnai ungu) kelas keanggotaan atas μ_A^u - sumbu diwarnai hijau, kedalaman ketidakjelasan $\pi = \mu_A^u - \mu_A^l$, sumbu vertikal) suatu ruang proyeksi. Dengan kata lain, suatu IVFS adalah suatu pemetaan dari U ke segitiga OAB.



Gambar 2.2 Interpretasi Geometri pada sebuah IVFS

Jika kita hanya melihat pada ($\mu_A^u(u), \mu_A^l(u)$), kemudian ditemukan sebuah kurva bagian dalam segitiga OAB $[(0,0), (1,1), (0,1)]$ pada alas itu akan menandai satu IVFS. Itu adalah tidak berguna untuk mengatakan bahwa penafsiran geometris seharusnya menolong kita menjadi lebih mengerti dan seperti itu praktek spesifikasi suatu IVFS.

2.3. Dekomposisi sebuah IVFS

Misalkan $\vec{A}, \vec{B} \in \mathcal{F}_I(U)$ adalah dua interval himpunan Fuzzy pada discourse U . Ketiga operasi dasar : operasi gabungan, irisan, dan komplemen pada interval himpunan Fuzzy \vec{A}, \vec{B} , didefinisikan sebagai :

(i) Gabungan \vec{A}, \vec{B} :

$$\left. \begin{aligned} \vec{A} \cup \vec{B} &= \{u, \bar{\mu}_{\vec{A} \cup \vec{B}}(u) | u \in U\} \\ \bar{\mu}_{\vec{A} \cup \vec{B}}(u) &\triangleq \bar{\mu}_{\vec{A}}(u) \vee \bar{\mu}_{\vec{B}}(u) \\ &= [\mu_{\vec{A}}^l(u) \vee \mu_{\vec{B}}^l(u), \mu_{\vec{A}}^r(u) \vee \mu_{\vec{B}}^r(u)] \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

(ii) Irisan \vec{A}, \vec{B} :

$$\left. \begin{aligned} \vec{A} \cap \vec{B} &= \{u, \bar{\mu}_{\vec{A} \cap \vec{B}}(u) | u \in U\} \\ \bar{\mu}_{\vec{A} \cap \vec{B}}(u) &\triangleq \bar{\mu}_{\vec{A}}(u) \wedge \bar{\mu}_{\vec{B}}(u) \\ &= [\mu_{\vec{A}}^l(u) \wedge \mu_{\vec{B}}^l(u), \mu_{\vec{A}}^r(u) \wedge \mu_{\vec{B}}^r(u)] \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

(iii) Komplemen \vec{A}, \vec{B} :

$$\left. \begin{aligned} \vec{A}^c &= \{u, \bar{\mu}_{\vec{A}^c}(u) | u \in U\} \\ \bar{\mu}_{\vec{A}^c}(u) &\triangleq [1 - \bar{\mu}_{\vec{A}}^r(u), 1 - \bar{\mu}_{\vec{A}}^l(u)] \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Operasi yang lain adalah t-norm dan t-conorm tidak akan disebutkan disini untuk tidak dibahas tetapi hanya bersifat kritis di kesimpulan-kesimpulan IVFS.

2.4 Decomposition dari suatu IVFS

Peran yang kritis dari dekomposisi himpunan Fuzzy di dalam teori matematika fuzzy adalah bahwa sambungan suatu himpunan fuzzy ke himpunan crisp. Untuk kasus Type I himpunan fuzzy mengambil dekomposisi suatu bentuk dari :

$$\vec{A} = \bigcup_{\lambda \in [0,1]} [\lambda \cdot A_\lambda] \quad (3.1)$$

Dimana:

$$A_\lambda = \{u \in U | \mu_{\vec{A}}(u) \geq \lambda\}, \quad \forall \lambda \in [0,1] \quad (3.2)$$

Sebuah isu kunci di sini adalah bahwa dalam kasus dari IVFS, keanggotaan itu adalah suatu interval $\bar{a} \in \Pi[0,1]$. Oleh karena itu, dekomposisi tidak seharusnya dilaksanakan oleh line-cut (himpunan fuzzy tipe I) tetapi dengan sebuah interval-cut, dengan kata lain ini adalah perlu untuk investigasi suatu himpunan

$$\{\bar{\mu}_{\vec{A}}(u) \geq \bar{\lambda}\}, \quad \forall \bar{\lambda} = [\lambda^l, \lambda^r] \in \mathbb{I}[0,1] \quad (3.3)$$

$$\{u \in U \mid \mu_{\lambda^l}(u) \leq \lambda^l\} \quad (2.14)$$

Dan

$$\{u \in U \mid \mu_{\lambda^u}(u) \leq \lambda^u\} \quad (2.15)$$

Oleh karena, λ^l - level cut set $A_{\lambda^l} = \{u^l \in U \mid \mu_{\lambda^l}(u^l) \leq \lambda^l\}$

Dan dan λ^u - level cut set $A_{\lambda^u} = \{u^u \in U \mid \mu_{\lambda^u}(u^u) \leq \lambda^u\}$ dapat digunakan untuk mengkarakteristikan suatu interval-valued $\bar{\lambda}$ - cut set,

dinotasikan sebagai :

$$A_{\bar{\lambda}} \triangleq \langle A_{\lambda^l}, A_{\lambda^u} \rangle, \quad \forall \bar{\lambda} = [\lambda^l, \lambda^u] \in \mathbb{I}[0,1] \quad (2.16)$$

Teorema :

Sebuah IVFS \vec{A} dapat dipresentasikan sebagai :

$$\vec{A} = \bigcup_{\bar{\lambda} \in \mathbb{I}[0,1]} \bar{\lambda} \cdot A_{\bar{\lambda}} \quad (2.17)$$

Dimana

$$\bar{\lambda} \cdot A_{\bar{\lambda}} \triangleq [\lambda^l \cdot A_{\lambda^l}, \lambda^u \cdot A_{\lambda^u}] \quad (2.18)$$

Bukti :

Dalam bagian ini konstruksi definisi,

$$\vec{A} = \bigcup_{\bar{\lambda} \in \mathbb{I}[0,1]} [\lambda^l \cdot A_{\lambda^l}, \lambda^u \cdot A_{\lambda^u}] = \left\langle \bigcup_{\lambda^l \in [0,1]} \lambda^l \cdot A_{\lambda^l}, \bigcup_{\lambda^u \in [0,1]} \lambda^u \cdot A_{\lambda^u} \right\rangle = \langle \vec{A}^l, \vec{A}^u \rangle \quad (2.19)$$

Itu adalah jelas nyata bahwa interval A_{λ^l} dapat diperlakukan sebagai satu perkiraan yang lebih rendah pada himpunan A_{λ} dan interval A_{λ^u} dapat diperlakukan sebagai perkiraan yang bagian atas pada himpunan A_{λ} . Kenali bahwa $A_{\lambda^l} \subseteq A_{\lambda} \subseteq A_{\lambda^u}$. Itu adalah layak untuk membantah bahwa $\bar{\lambda}$ - cut sets menyebabkan set kasar dalam perasaan (Pawlak, 1982). Hubungan ini boleh juga mempromosikan sesuatu yang lebih baik dalam pemahaman konsep dari suatu IVFS dan bahkan membantu ke arah keanggotaan Interval-valued yang lebih intuitif.

2.5 Probabilitas pada suatu IVFS

Probabilitas pada fuzzy (tipe I) pada saat \vec{A} pada U, $\vec{A} \in \mathcal{F}(U)$, adalah

$$\Pr[\vec{A}] = E_p[\mu_{\bar{\lambda}}(X)] = \int_U \mu_{\bar{\lambda}}(u) dP(u) \quad (2.20)$$

Dalam kontek dalam IVFS hubungan antara keanggotaan Inteval-Valued $\bar{\mu}_{\vec{A}}$ dan probabilitas IVFS memlihara hal yang serupa dengan bentuk :

$$\Pr[\vec{A}] = E_p[\bar{\mu}_{\vec{A}}(X)] = \int_U \bar{\mu}_{\vec{A}}(u) dP(u) = [\Pr[\vec{A}^l], \Pr[\vec{A}^u]] = [p_{\vec{A}}^l, p_{\vec{A}}^u] \quad (2.21)$$

Ekspresi ini akan memberikan sebuah probabilitas interval untuk sebuah IVFS \vec{A} .

2.6 Suatu Model Kapasitas yang bisa pakai untuk Sistem yang dapat Diperbaiki.

Suatu gagasan dasar model keandalan diusulkan di sini sangat penting mengambil dari modeling tegangan tekanan tradisional dari suatu struktur engineering. Jika kita memperlakukan suatu system yang dapat diperbaiki sebagai suatu struktur engineering yang benar, lalu parameter-parameter sistem, pemeliharaan parameter-parameter dan operasional parameter parameter lingkungan bersama-sama dapat membentuk suatu kapasitas yang bisa dipakai dengan sebenarnya. Dinotasikan sebagai C_a , yang akan mengendalikan atau mengontrol state fungsi system.

Kapasitas yang bisa diijinkan sebetulnya memainkan suatu peran serupa dengan tekanan mengukur dalam tegangan tekanan model, yang akan menentukan suatu waktu operasi yang bisa diijinkan sebetulnya, yang ditandai sebagai T_a . Sebaliknya, sistem yang berfungsi atau mengoperasikan menyebabkan sistem melusuhkan dan meningkatkan resiko kegagalannya. Oleh karena itu, sistem yang nyata yang berfungsi memainkan suatu peran serupa dengan tingkatan tegangan, yang ditandai sebagai T .

Persamaan keadaan pembatasan pada system fungsi reliabilitas adalah :

$$Z = T_a - T \quad (2.22)$$

Lebih lanjut itu adalah berasumsi bahwa pembatasan state Z adalah variabel random distribusi normal. Itu adalah intuitif untuk berkata yang kedua-duanya T_a dan T bersifat acak dan tidak jelas secara alami. Kegagalan dari sistem diasumsikan ke suatu peristiwa interval – valued fuzzy dengan fungsi keanggotaan:

$$\bar{\mu}_Z(z) = [\mu_{Z^l}(z), \mu_{Z^u}(z)] \quad (2.23)$$

2.7 Contoh Mesin Penggulung Semen

Menurut Love dan Guo (1991) Seperangkat data industri adalah suatu himpuna data operasi yang menyadap dari sebuah pabrik semen di Kanada. (Guo dan Love, 2003) melaksanakan suatu analisa fuzzy pada data dalam bentuk metode fungsi fuzzy logic dengan menggunakan istilah untuk memperoleh sebuah relative point-wise kelas keanggotaan $\mu_{C_a}^r(u)$.

Untuk sebuah ilustrasi, kita mengkonversi $\mu_{C_a}^r(u)$ menjadi kelas keanggotaan Interval-Valued $\bar{\mu}_{C_a}(t_a)$ dengan menggunakan ketidakjelasan $\pi = 0.1$ pada $\mu_{C_a}^r(u) = 0.5$ dan $\pi = 0$ pada $\mu_{C_a}^r(u) = 0$ atau 1.0 . Karena suatu waktu kegagalan yang direkam (atau PM), mengkoresponding waktu yang diijinkan untuk memenuhi

$$\bar{\mu}_{C_a}(t) = \bar{1} - \frac{1}{t_{\max}} \bar{t}_a \quad (2.24)$$

Itu adalah waktu yang dibolehkan

$$\bar{t}_a = t_{\max} \left(\bar{1} - \bar{\mu}_{C_a}(t) \right) \quad (2.25)$$

Oleh karena itu sebenarnya state system :

$$\bar{Z} = \bar{t}_a - \bar{t} \quad (2.26)$$

Untuk waktu kegagalan, $t_{max} = \max\{t_1\kappa_1, \dots, t_{31}\kappa_{31}\} = 147$, ketika penyensoran waktu $t_{max} = \max\{t_1(1-\kappa_1), \dots, t_{31}(1-\kappa_{31})\} = 217$.
Kemudian $\bar{\mu}_{C_a}(u)$, \bar{t}_a dan \bar{z} nilai interval dikalkulasi dan didaftar dalam table 1.

Tabel 5.1 Observasi \bar{t}_a dan \bar{z} - valued untuk masing-masing PM

t_i	κ_i	$\mu_{C_a}^r(u)$	$\bar{\mu}_{C_a}(u)$	\bar{t}_a	\bar{z}
54	0	0.5	[0.450,0.550]	[97.65,119.35]	[43.65,65.35]
133	1	0.8	[0.780,0.820]	[26.46,32.34]	[-106.54,-100.66]
147	0	0.818	[0.800,0.836]	[35.588,43.4]	[-111.412,-103.6]
72	1	0.6	[0.560,0.640]	[52.92,64.68]	[-19.08,-7.32]
105	1	0.8	[0.780,0.820]	[26.46,32.34]	[-78.54,-72.66]
115	0	0.375	[0.338,0.413]	[127.379,143.654]	[12.379,28.654]
141	0	0.538	[0.492,0.584]	[90.272,110.236]	[-50.728,-30.764]
59	1	0.667	[0.630,0.701]	[43.953,54.39]	[-15.047,-4.61]
107	0	0.125	[0.113,0.138]	[187.054,192.479]	[80.054,85.479]
59	0	0.2	[0.180,0.220]	[169.26,177.94]	[110.26,118.94]
36	1	0.4	[0.360,0.440]	[82.32,94.08]	[46.32,58.08]
210	0	0	[0.000,0.000]	[217,217]	[7,7]
45	1	0.429	[0.386,0.472]	[77.616,90.258]	[32.616,45.258]
69	0	0.6	[0.560,0.640]	[78.12,95.48]	[9.12,26.48]
55	0	0.889	[0.877,0.900]	[21.7,26.691]	[-33.3,-28.309]
74	1	0.875	[0.853,0.888]	[16.464,21.609]	[-57.536,-52.391]
124	1	0.778	[0.756,0.800]	[29.4,35.868]	[-94.6,-88.132]
147	1	0.667	[0.630,0.701]	[44.1,53.655]	[-102.9,-93.345]
171	0	0.375	[0.338,0.413]	[127.379,143.654]	[-43.621,-27.346]
40	1	0.667	[0.630,0.701]	[43.953,54.39]	[3.953,14.39]
77	1	0.778	[0.756,0.800]	[29.4,35.868]	[-47.6,-41.132]
98	1	0.6	[0.560,0.640]	[52.92,64.68]	[-45.08,-33.32]
108	1	0.6	[0.560,0.640]	[52.92,64.68]	[-45.08,-33.32]
110	0	0.667	[0.630,0.701]	[64.883,80.29]	[-45.117,-29.71]
85	1	1	[1.000,1.000]	[0,0]	[-85,-85]
100	1	0.556	[0.512,0.600]	[58.8,71.736]	[-41.2,-28.264]
115	1	0.8	[0.780,0.820]	[26.46,32.34]	[-88.54,-82.66]
217	0	0.2	[0.180,0.220]	[169.26,177.94]	[-47.74,-39.06]
25	1	0.429	[0.386,0.472]	[77.616,90.258]	[52.616,65.258]
50	1	0.429	[0.386,0.472]	[77.616,90.258]	[27.616,40.258]

Dari table, adalah mudah untuk mengenali bahwa kebanyakan dari kasus-kasus kegagalan ($K_i=1$), nilai-nilai \bar{z} diobservasi adalah negative, yang mengindikasikan kesalahan-kesalahan system dalam kegagalan dan kerusakan state, ketika terjadi beberapa kasus penyensoran nilai-nilai \bar{z} diobservasi adalah positif yang mengindikasikan sebuah system adalah masih dalam state dapat dipercaya dan aman.

Tanda-tanda ini "mengamati" nilai-nilai z mengkonfirmasi bahwa derajat tingkat keanggotaan dari kapasitas yang bisa diijinkan, $\bar{\mu}_{C_a}(u)$, membuat

pengertian. Rata-Rata dan simpangan baku interval-valued variable random normal \bar{z} dapat z dapat secara sederhana diperkirakan sebagai berturut-turut $\bar{m} = [-18.744, -8.853]$ dan $\bar{\sigma} = [65.886, 66.458]$. Fakta bahwa $\bar{m} \leq 0$ dengan jelas menandai adanya sistem memerlukan PM. Data sistem \bar{t}_a dapat digunakan untuk distribusi-distribusi Weibull untuk analisa keandalan konvensional lebih lanjut.

3. Kesimpulan

Di dalam paper ini, kita dengan singkat mendiskusikan konsep dari IVFS dan menolak keperluan untuk menggunakan gagasan IVFS untuk memodelkan keandalan sistem. Kita hanya dapat menggunakan metoda oleh Wu [IVFS] untuk melakukan kesimpulan fuzzy pada reliabilitas sistem secara langsung. Bagaimanapun, yang sebetulnya status dari suatu sistem operasi memberikan masukan yang lain pada state operasi system. Menggunakan IVFS untuk meneliti state sistem kelihatannya lebih bermanfaat.

Untuk penyederhanaan alasan, kita melalui sungguh banyak ketelitian perhitungan hanya dengan mengacu pada pekerjaan kita (Guo dan Love, 2003). Sebetulnya, itu lebih realistis untuk mengkalkulasi kelas keanggotaan interval-valued dan kemudian menggunakan gagasan fungsi logical untuk memiliki kelas-kelas untuk suatu state system.

Bagian 2 berisi konsep dan operasi dasar di IVFS. Lebih lanjut, hubungan antara IVFS dan himpunan keras (Pawlak, 1982) dan seperti itu teorema dekomposisi IVFS adalah dibentuk dalam bagian 3. Dalam Bagian 4, kemungkinan IVFS adalah ditemukan. Di dalam bagian 4 suatu model keandalan gaya tegangan tekanan diusulkan untuk menganalisa state pada sistem yang dapat diperbaiki. Bagian 5 digunakan untuk menggambarkan detil analisa keandalan dalam kaitan dengan suatu contoh industri-data alat penggulung semen (Love dan Guo, 1991). Bagian 6 memberi beberapa tafsiran analisa keandalan sistem IVFS.

Daftar Pustaka

1. E. Agustench, H. Bustince and V. Mohedano, *Mathware & Soft Computing* **6**, 267 (1999).
2. K. Atanassov. *FSS* **20**, 87 (1986).
3. R. Guo and C.E. Love. *Int. J. R. Q. S. Eng. Vol 10, No 2*, 131 (2003).
4. C.E. Love, and R. Guo, *Q. R. Eng Int. Vol. 7, 7* (1991).
5. Z. Pawlak. *Int. J. Comput. Inf. Sci.* 341 (1982).
6. Wu, Wangming. *Principles and Methods of Fuzzy Reasoning*, (1994).
7. Zadeh, A. L. *Fuzzy sets, Information and Control* **8**, 338 (1965).
8. Zadeh, A. L. *IEEE Trans. System. Man Cybernet.* **3**, 28 (1973).