HAMBATAN BERPIKIR MAHASISWA DALAM MEMECAHKAN MASALAH LIMIT BARISAN SERTA PEMBERIAN *SCAFFOLDING*

(STUDENTS' THINKING OBSTACLES AND SCAFFOLDING IN SOLVING THE LIMIT OF A SEQUENCE PROBLEMS)

Gunanto Amintoko[1], Sari Saraswati[2], Novia Dwi Rahmawati[3]

[1]Universitas Hasyim Asy'ari, gamintoko@yahoo.com
[2]Universitas Hasyim Asy'ari, sarisaraswati7@gmail.com
[3]Universitas Hasyim Asy'ari, noviadwirahmawati89@yahoo.co.id

Abstrak

Kesulitan yang dialami mahasiswa dalam mempelajari materi barisan bilangan real meliputi kesulitan dalam memahami definisi limit barisan dan penggambaran visual barisan bilangan real. Kesulitan tersebut menandakan adanya hambatan berpikir pada mahasiswa. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif deskriptif dengan subyek penelitian empat mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Hasyim Asy'ari. Hambatan berpikir mahasiswa ketika menyelesaikan masalah disebabkan oleh kurangnya pengetahuan awal dan kurangnya kemampuan analogi mahasiswa. Sedangkan hambatan berpikir mahasiswa ketika memeriksa kembali prosedur disebabkan oleh kurangnya kemampuan koneksi matematika mahasiswa. Untuk mengatasi hambatan berpikir mahasiswa tersebut, dosen memberikan *scaffolding*.

Kata Kunci: *Hambatan berpikir, Limit barisan, Scaffolding*

Abstract

The difficulties experienced by students in learning sequence of real numbers include difficulties in understanding the definition of the limit of a sequence and difficulties in representing the sequence visually. These difficulties indicate the students' thinking obstacle. This research is descriptive qualitative. The subjects of this research are four students in Mathematics Education Department of Hasyim Asy'ari University. The students' thinking obstacles when solving the problems are caused by the lack of students' initial knowledge and the lack of students' ability in analogies. While, the students' thinking obstacles when re-examining procedures are caused by the lack of students' ability in mathematical connections. To overcome the thinking obstacles, lecturer gives students the scaffolding.

Keywords: *Thinking Obstacles, Limit of Sequence, Scaffolding*

PENDAHULUAN

Salah satu mata kuliah yang sesuai dengan beberapa tujuan matematika perguruan tinggi adalah mata kuliah analisis real. Syawahid (2015) menyampaikan bahwa analisis real merupakan mata kuliah pertama bagi mahasiswa untuk berlatih menalar dan membuktikan pernyataan matematika secara formal. Meskipun analisis real adalah mata kuliah yang sangat penting, tetapi sebagian besar mahasiswa matematika masih menganggapnya sebagai mata kuliah yang sulit (Sugilar, 2015). Septian (2014) juga menjelaskan bahwa banyak materi pada analisis real yang dinilai sebagai materi yang abstrak sehingga banyak mahasiswa yang mengalami kesulitan dalam memahami mata kuliah anailisis real. Harini, Astawa, & Srinadi (2016) menyampaikan bahwa kesulitan yang dialami oleh mahasiswa dalam proses pembelajaran antara lain yaitu kurang menyadari konsekuensi suatu teorema, kesulitan dalam memberikan contoh penyangkal (*counter example*), kurang memahami bentuk implikasi, kurang memahami algoritma pembuktian menggunakan definisi, dan kesulitan dalam melakukan manipulasi bentuk aljabar. Sedangkan Kartini & Susanto (2015) menyampaikan bahwa kesulitan mahasiswa dalam mengkontruksi bukti antara lain yaitu kurangnya pemahaman tentang himpunan dan logika, kurangnya pengetahuan tentang berbagai teknik pembuktian, tidak dapat menggunakan yang premis, kurang bisa menggunakan definisi atau teorema yang sudah ada, kesulitan memahami apa yang akan dibuktikan, kesulitan menuliskan kalimat dalam bahasa dan notasi matematika, kesulitan dalam melakukan manipulasi aljabar, serta kurangnya pemahaman tentang materi prasyarat.

Barisan bilangan real adalah salah satu materi pada analisis real yang dianggap sulit Darmadi, Lukito, & Budayasa (2013). Dalam penelitian yang lain, Darmadi (2015) menyatakan bahwa yang menjadi kesulitan mahasiswa adalah memahami definisi formal barisan konvergen. Sucipto (2016) juga menyampaikan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan dalam memvisualisasi definisi formal pada barisan bilangan real. Beberapa penelitian juga membahas tentang kesalahan dalam pembuktian. Hodiyanto (2017) dalam penelitiannya menyampaikan bahwa mahasiswa masih melakukan kesalahan pada saat menentukan titik limit. Sedangkan Pratiwi (2016) menyatakan bahwa hanya 47,36% mahasiswa yang paham tentang pembuktian limit barisan dengan definisi limit, 25% tidak menguasai konsep dengan baik, dan sisanya terjadi miskonsepsi atau tidak tahu konsep.

Beberapa penelitian telah dilakukan terhadap metode dan model pembelajaran untuk membantu mahasiswa dalam memahami mata kuliah analisis real. Wuryanto (2011) melakukan strategi dalam meminimalisir hambatan belajar pembuktian. Darmadi et al., (2011) melakukan pembelajaran *lesson study* pada mata kuliah analisis real. Perbaikan bahan ajar analisis real juga dilakukan oleh Syawahid (2015). Sedangkan Saleh (2016) melakukan strategi pembelajaran terbalik untuk meningkatkan kreativitas dalam belajar analisis real. Beberapa penelitian di atas belum ada yang membahas tentang hambatan berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan masalah limit barisan bilangan real beserta *scaffolding* untuk mengatasinya.

Cara yang dapat dilakukan dosen untuk mengatasi hambatan berpikir yaitu dengan memberikan *scaffolding*. Penelitian tentang *scaffolding* sudah sering dibahas. Amintoko (2014) menjelaskan bahwa *scaffolding* merupakan bantuan kognitif yang diberikan guru kepada siswa ketika siswa tidak mampu menyelesaikan soal. Lebih lanjut Amintoko (2014) juga menyampaikan bahwa proses berpikir dalam memecahkan masalah merupakan proses yang unik dan perlu *scaffolding* untuk mengembangkannya. *Scaffolding* dapat dilakukan dengan proses diskusi dengan siswa Speer & Wagner (2009). Begitu juga dengan yang dilakukan oleh Crespo & Nicol (2003) bahwa pemberian *scaffolding* dapat dilakukan dengan diskusi. *Scaffolding* yang akan diberikan merujuk pada penelitian Anghileri (2006) yaitu; *scaffolding* level 1 (*environmental provisions*), *scaffolding* level 2 (*explaining, reviewing, and restructuring*), dan *scaffolding* level 3 (*developing conceptual thinking*).

Tujuan dari penelitian ini adalah: (1) mendeskripsikan hambatan berpikir mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika Universitas Hasyim Asy'ari dalam memecahkan masalah definisi limit barisan, (2) mendeskripsikan pemberian *scaffolding* yang sesuai untuk mengatasi hambatan berpikir mahasiswa mahasiswa Prodi Pendidikan Matematika Universitas Hasyim Asy'ari dalam memecahkan masalah definisi limit barisan.

METODE PENELITIAN

Pendekatan dan Jenis Penelitian

Penelitian yang dilakukan ini merupakan penelitian kualitatif-deskriptif. Data yang diperoleh dari penelitian ini adalah data deskriptif dari kata-kata, tulisan, dan perilaku subyek penelitian. Penelitian ini diawali dengan pelaksanaan uji pendahuluan yang merupakan kegiatan observasi untuk mengetahui gambaran awal hambatan berpikir mahasiswa. Selain itu observasi ini juga sekaligus membuat persiapan *scaffolding* yang harus disiapkan ketika menghadapi hambatan yang berbeda. Sebelum melakukan *scaffolding*, peneliti membuat lembar panduan *scaffolding* agar tidak terlalu meluas dan tetap dalam wilayah pembahasan. Selanjutnya dilakukan penentuan subjek berdasarkan hasil tes awal dan keterangan nilai mahasiswa, serta masukan dari dosen pengajar. Pemilihan subjek menggunakan teknik *purposive sampling* dengan pertimbangan kemampuan komunikasi. Kemudian dipilih empat mahasiswa yang terdiri dari satu mahasiswa dengan kemampuan tinggi, satu mahasiswa dengan kemampuan sedang, dan dua mahasiswa dengan kemampuan rendah. Mahasiswa dengan kemampuan rendah dipilih sebanyak dua orang karena diharapkan peneliti akan mengetahui lebih banyak hambatan berpikir ketika dilakukan wawancara. Setelah penentuan subjek, dilakukan tes pengambilan data dan dilanjutkan wawancara kepada keempat mahasiswa untuk mengungkapkan hasil pengerjaan dengan metode *think aloud.* Mahasiswa kemudian diberikan *scaffolding* atas hambatan berpikir yang dialami. Jika mahasiswa sudah bisa memperbaiki jawaban setelah dilakukan *scaffolding*, maka akan dilakukan analisis. Namun, jika masih belum bisa memperbaiki atau tidak memberikan respon dari *scaffolding* tersebut maka akan diberikan *scaffolding* selanjutnya.

Instrumen Penelitian

Pada penelitian kualitatif, yang menjadi instrumen utama adalah peneliti. Peneliti akan bertindak sebagai perencana, pelaksana pengumpulan data, analisis, penafsir data, dan juga sebagai pelapor hasil penelitian. Instrumen pendukung yang digunakan oleh peneliti adalah soal tes. Soal tes yang diberikan pada penelitian ini berbentuk lembar tugas yang diselesaikan mahasiswa secara individu. Hal ini dimaksudkan untuk mengungkapkan deskripsi hambatan berpikir mahasiswa dalam pemecahan masalah limit barisan sebelum mendapatkan bantuan (*scaffolding*) dari peneliti. Adapun soal yang akan digunakan dalam penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 1.

Kerjakan soal – soal berikut dengan waktu 30 menit:

1. $M = X_n$ yang didefinisikan
   $X_1 = 1, X_2 = 1, X_{n+1} = X_{n-1} + X_n$ (n ≥ 2).
   a. Apakah M sesuai dengan definisi barisan pada bilangan Real?
   b. Apakah M bisa dipasangkan tepat 1 pasangan dengan Bilangan Asli? Jelaskan jawabanmu!
2. Tentukan apakah barisan – barisan berikut konvergen atau tidak. Jika konvergen maka tentukan kemana kekonvergenan barisan tersebut.
   a. $A_n = (\frac{n^2}{2n^2+1})$ d. $D_n = (\frac{n^2}{n!})$
   b. $B_n = (\frac{(-1)^n}{n+2})$ e. $E_n = (2 + \frac{1}{n})^2$
   c. $C_n = (1 + (-1)^n)$
3. Berdasarkan definisi limit, tentukan besarnya nilai K(ε) agar $\lim (\frac{1}{\sqrt{n+7}}) = 0$. Jelaskan jawabanmu!
4. Tentukan nilai ε yang sesuai sehingga menunjukkan bahwa $Y_n = (-1)^n$ tidak konvergen. Jelaskan jawabanmu!
5. Buktikan limit dari barisan berikut dengan pembuktian efsilon delta (pembuktian secara analitik) dan jelaskan menggunakan grafik:
   a. $\lim (\frac{n}{n^2+1}) = 0$
   b. $\lim (\frac{3n+1}{2n+5}) = \frac{3}{2}$

Gambar 1. Soal untuk Tes Pengambilan Data

Instrumen lain yang digunakan oleh peneliti, yaitu lembar panduan *scaffolding. Tujuannya supaya pemberian scaffolding* sesuai dengan hambatan berpikir yang dialami mahasiswa. Lembar panduan *scaffolding* berisi pertanyaan, arahan, dan pernyataan oleh peneliti kepada mahasiswa yang bertujuan membantu dan mengarahkan mahasiswa agar dapat memperbaiki kesalahan yang dibuat. Pertanyaan yang diberikan juga bisa dimaksudkan untuk menyelidiki hambatan-hambatan yang menyebabkan kesalahan tersebut. Pemberian *scaffolding* ini diharapkan mampu mengatasi hambatan berpikir yang dialami mahasiswa. Beberapa *scaffolding* yang dilakukan bisa dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Kegiatan *Scaffolding* yang Dilakukan

Komponen *Scaffolding*	**Kegiatan yang dilakukan**
Environmental Provisions	Membuat lembar tugas, menyiapkan gambaran lain ketika mahasiswa tidak memahami permasalahan secara verbal
Explaining	Meminta mahasiswa untuk menjelaskan tentang definisi barisan bilangan real sesuai dengan yang telah diketahui, meminta mahasiswa membaca ulang permasalahan pada lembar tugas yang telah diberikan, memberikan arahan berupa penjelasan agar mahasiswa dapat memahami permasalahan
Reviewing	Meminta mahasiswa untuk melakukan refleksi terhadap jawaban yang telah ditemukan sehingga mahasiswa dapat mengetahui kesalahan yang telah dilakukan, meminta mahasiswa untuk memperbaikinya
Restructuring	Memberikan pertanyaan arahan sehingga mahasiswa dapat menemukan data yang ada pada permasalahan, meminta mahasiswa untuk menjawab kembali dengan rancangan yang lebih baik
Developing Conceptual Thinking	Meminta mahasiswa untuk mencari alternatif cara lain untuk menyelesaikan masalah, memberikan pertanyaan arahan yang membuat mahasiswa menemukan adanya konsep lain yang berhubungan dengan masalah

HASIL DAN PEMBAHASAN

Dari analisis hasil pengerjaan soal tes dan wawancara ditemukan perbedaan hambatan berpikir yang dialami mahasiswa dalam memecahkan masalah limit barisan. Hambatan berpikir terjadi pada setiap tahapan pemecahan masalah yaitu pada saat pemahaman masalah, perencanaan penyelesaian, melaksanakan penyelesaian, dan memeriksa kembali prosedur serta hasil penyelesaian. Hambatan berpikir yang dialami mahasiswa antara lain hambatan berpikir karena kurangnya pengetahuan awal mahasiswa, hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan analogi mahasiswa, dan hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan koneksi matematika mahasiswa.

Hambatan berpikir karena kurangnya pengetahuan awal mahasiswa terjadi pada tahap pemahaman masalah, perencanaan penyelesaian, dan melakukan penyelesaian. Hambatan berpikir mahasiswa dan jenis pengetahuan awal bisa dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Jenis Pengetahuan Awal dan Deskripsi Hambatan Berpikir Mahasiswa

Jenis Pengetahuan Awal	Deskripsi Hambatan Berpikir Mahasiswa	Jenis *Scaffolding* yang Dilakukan
Himpunan berpasangan satu-satu	Mahasiswa lupa konsep berpasangan satu – satu	Mengingatkan kembali tentang definisi pemetaan dan fungsi
Limit fungsi tak hingga	Tidak ada ide atau lupa dalam menyelesaikan limit fungsi tak hingga menggunakan pembagi variabel pangkat tertinggi.	Meminta mahasiswa membagi barisan dengan variabel pangkat tertinggi dan menyederhanakan barisan , mengingatkan konsep limit di SMA atau ketika mata kuliah kalkulus
Definisi barisan bilangan real	Mahasiswa tidak mengetahui tentang definisi barisan bilangan real pada analisis real	Membuat cara baru dalam menggambarkan barisan bilangan real dengan aturan fungsi. Membuat diagram panah dari dua himpunan
Definisi limit barisan	Lupa definisi limit barisan dan tidak bisa memvisualisasikannya	Mengingatkan kembali definisi limit barisan sesuai definisi pada analisis real, memvisualisasikan hubungan ε, $K(\varepsilon)$, dan Xn dengan gambar
Definisi divergen	Mahasiswa tidak mengetahui negasi definisi dari barisan konvergen	Meminta mahasiswa mengingat kembali negasi dari suatu pernyataan majemuk. Meminta mahasiswa menegasikan definisi barisan konvergen
Grafik barisan konvergen dengan efsilon dan delta	Tidak bisa memahami grafik dengan penjelasan dari efsilon dan delta	Menjelaskan hubungan antara pengambilan ε, $K(\varepsilon)$, dan limit barisan
Nilai mutlak	Mahasiswa tidak bisa menyederhanakan nilai mutlak	Mengingatkan kembali konsep nilai mutlkak
Teorema apit	Mahasiswa lupa penyelesaian dengan teorema apit	Mengingatkan kembali tentang teorema apit dengan contoh

Hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan analogi mahasiswa terjadi pada tahap perencanaan penyelesaian, melakukan penyelesaian, dan memeriksa kembali prosedur dan solusi. Sedangkan hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan koneksi matematika mahasiswa terjadi pada tahap melakukan penyelesaian serta memeriksa kembali prosedur dan solusi. Hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan analogi mahasiswa dan hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan koneksi matematika mahasiswa berturut- turut dapat dilihat pada Tabel 3 dan Tabel 4.

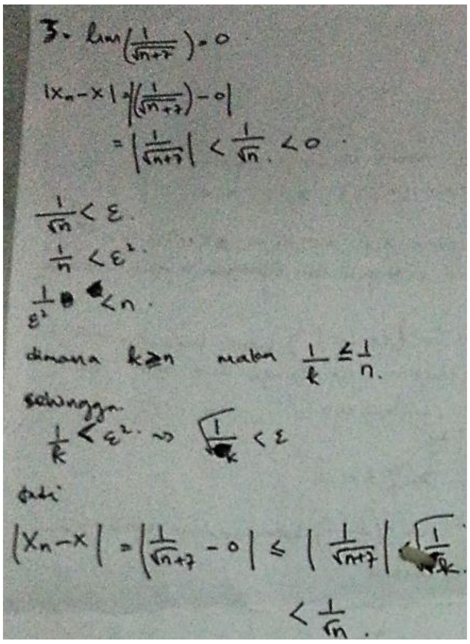
Tabel 3. Jenis Analogi dan Deskripsi Hambatan Berpikir Mahasiswa

Jenis Analogi	Deskripsi Hambatan Berpikir Mahasiswa	Jenis *Scaffolding* yang Dilakukan
Himpunan berpasangan satu-satu	Menganggap bahwa untuk $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ mempunyai domain yang sama yaitu 1 padahal yang sama adalah kodomainnya.	Meminta mahasiswa untuk membuat diagram panah dari fungsi bilangan asli ke bilangan real
Barisan konvergen dan divergen	Salah dalam menentukan kekonvergenan barisan dengan substitusi	Meminta mahasiswa untuk melihat kembali jawaban dan lebih teliti dalam menyimpulkan, memandu dalam pengambilan keputusan
Pembuktian divergen	Tidak mampu menganalogikan efsilon dengan barisan divergen	Memberi penjelasan tentang definisi barisan divergen yang berasal dari negasi barisan konvergen
Penentuan K($\boldsymbol{\varepsilon}$)	Tidak mampu menemukan nilai K(ε) dan salah dalam mengubah bentuk pertidaksamaan	Meminta mahasiswa untuk melihat kembali jawaban dan memperbaiki sesuai dengan definisi. Mengingatkan kembali konsep pertidaksamaan pada pecahan
Teorema Apit	Tidak mampu menemukan ide dengan teorema apit	Mengingatkan kembali konsep teorema apit dengan memberikan contoh
Grafik barisan konvergen dengan efsilon dan delta	Tidak mampu menemukan ide menggambar dan menjelaskan dengan efsilon delta	Meminta mahasiswa membuat tabel yang berisi ε, K(ε), dan limit barisan, memberikan contoh pengambilan nilai ε yang kecil mengakibatkan pengaruh kepada K(ε) dan limit barisan.

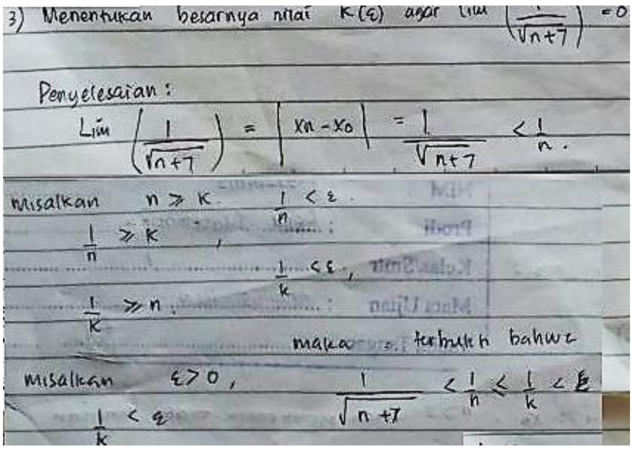
Tabel 4. Jenis Koneksi Matematika dan Deskripsi Hambatan Berpikir Mahasiswa

Jenis Koneksi Matematika	Deskripsi Hambatan Berpikir Mahasiswa	Jenis *Scaffolding* yang Dilakukan
Himpunan berpasangan satu-satu	Mahasiswa salah dalam menghubungkan antara domain dengan kodomainnya.	Meminta mahasiswa untuk membuat diagram panah dari fungsi bilangan asli ke bilangan real dan meminta menyimpulkan apakah fungsi tersebut satu – satu atau tidak
Barisan konvergen dan divergen	Mahasiswa tidak bisa menentukan pola antar anggota barisan dan salah dalam pengambilan kesimpulan	Meminta mahasiswa untuk menulis kembali anggota setiap barisan satu-persatu dan meminta mahasiswa menemukan pola
Limit barisan	Mahasiswa salah dalam menentukan konsep limit barisan	Mengingatkan kembali definisi limit barisan pada analisis real, membuktikan limit sesuai dengan definsi limit barisan, dan menemukan nilai dari $K(\varepsilon)$ dengan studi pendahuluan
Pembuktian divergen	Mahasiswa tidak bisa mengaitkan antara efsilon dengan penentuan barisan divergen	Memberi penjelasan tentang pengambilan ε agar sesuai definisi barisan divergen
Pembuktian limit	Mahasiswa tidak bisa mengaitkan antara fakta dan permasalahan	Meminta mahasiswa memeriksa kembali jawaban dan menyesuaikan dengan pertanyaan
Grafik barisan konvergen dengan efsilon dan delta	Mahasiswa tidak memeriksa kembali yang menjadi permasalahan yaitu grafik dengan penjelasan efsilon dan delta	Meminta mahasiswa memeriksa kembali jawaban dan soal, memilih beberapa nilai efsilon dan menghitung $K(\varepsilon)$, dan limit barisan. Selanjutnya meminta mahasiswa memasukkan nilai yang diperoleh dalam tabel ke dalam grafik

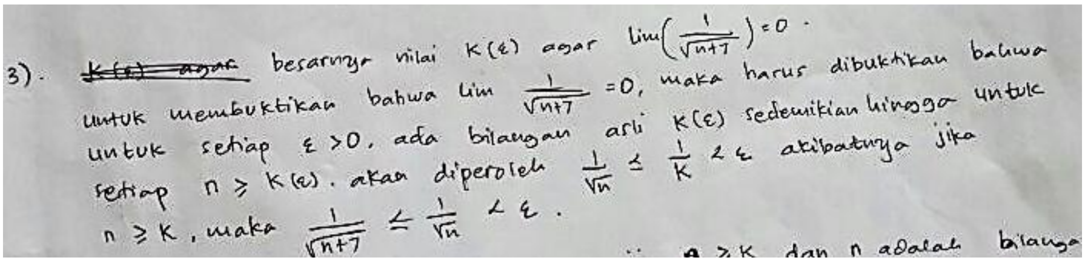
Hambatan berpikir muncul karena kurangnya pengetahuan awal mahasiswa terdiri dari delapan deskripsi seperti pada Tabel 2. Berdasarkan pengetahuan awal tersebut mahasiswa S1, S3, dan S4 mengalami permasalahan pada konsep himpunan barisan bilangan real seperti pada penelitian yang sudah dilakukan oleh Darmadi, Lukito, & Budayasa (2013) dan Kartini & Susanto (2015). Pada penelitian lain, subjek penelitian juga mengalami permasalahan konsep pengetahuan awal tentang definisi dan limit seperti penelitian Harini, Astawa, & Srinadi (2016) dan Sucipto (2016). Kurangnya pengetahuan tentang pembuktian limit bisa dilihat pada Gambar 2, Gambar 3, dan Gambar 4. S3 dan S4 juga mengalami masalah pada pengetahuan awal dalam hal menggambar grafik barisan konvergen. Mahasiswa mengalami kesulitan dalam visualisasi barisan konvergen seperti yang disampaikan dalam penelitian Darmadi, Lukito, & Budayasa (2013). Pengetahuan awal tentang nilai mutlak juga sangat mempengaruhi pemahaman dalam pembuktian limit. Kurangnya pengetahuan awal mahasiswa S3 dan S4 tentang konsep nilai mutlak mengakibatkan mahasiswa kesulitan dalam pemahaman limit seperti pada penelitian yang dilakukan oleh Bahar, Rahman, & Minggi (2012) dan Hamid & Madaeli (2013). Pengetahuan awal tentang teorema apit juga mengakibatkan pemahaman subjek tentang konsep limit juga kurang seperti pada penelitian yang dilakukan oleh Sunarto, Lutfiyah, & Wardanie (2014). Permasalahan pengetahuan tentang teorema apit mengakibatkan mahasiswa kesulitan dalam menentukan kekonvergenan suatu barisan.



Gambar 2. Pengetahuan Awal Subjek S1 dalam Membuktikan Limit



Gambar 3. Pengetahuan Awal Subjek S2 dalam Membuktikan Limit



Gambar 3. Pengetahuan Awal Subjek S3 dalam Membuktikan Limit

Hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan analogi mahasiswa terdiri dari enam deskripsi kemampuan analogi seperti pada Tabel 3. Berdasarkan kemampuan analogi, mahasiswa S1, S3, dan S4 mengalami permasalahan dalam menganalogikan domain dan kodomain dari definisi barisan bilangan real. Barisan bilangan real adalah suatu fungsi yang memetakan himpunan bilangan asli ke himpunan bilangan real Darmadi, Lukito, & Budayasa (2013). Selain itu subjek S3 dan S4 juga mengalami permasalahan dalam menganalogikan anggota barisan yang konvergen atau divergen. Penelitian tentang barisan konvergen telah dilakukan oleh Darmadi (2015), juga menemukan kesulitan mahasiswa dalam penentuan kekonvergenan barisan. Semua subjek mengalami masalah pada saat menganalogikan barisan yang diselesaikan dengan teorema apit. Subjek tidak mampu menemukan ide dalam memecahkan suatu permasalahan telah disampaikan oleh Sucipto (2016) dalam penelitiannya. Ide yang dimaksud adalah ide penggunaan teorema apit dalam menentukan kekonvergenan barisan.

Hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan koneksi matematika mahasiswa terdiri dari enam deskripsi yang disajikan pada Tabel 4. Berdasarkan kemampuan koneksi matematika, mahasiswa S3 dan S4 masih mengalami permasalahan dalam menghubungkan antara domain dan kodomain dari definisi barisan bilangan real yang merupakan suatu fungsi. Selain itu subjek S3 dan S4 juga mengalami permasalahan dalam mengambil kesimpulan suatu barisan yang konvergen atau divergen. Penelitian yang dilakukan oleh Darmadi (2015) juga menyatakan bahwa mahasiswa masih kesulitan dalam memvisualisasikan barisan konvergen. Selain itu semua subjek penelitian juga mengalami permasalahan dalam penentuan $K(\varepsilon)$ yang menggunakan konsep definisi limit dan limit seperti pada penelitian yang dilakukan oleh Darmadi (2015) dan Sunarto, Lutfiyah, & Wardanie (2014). Semua subjek penelitian juga mengalami masalah kemampuan koneksi matematika dalam hal menggambar grafik barisan konvergen seperti yang disampaikan dalam penelitian yang dilakukan oleh Darmadi, Lukito, & Budayasa (2013). Mahasiswa S3 dan S4 tidak memeriksa kembali prosedur dan solusi sehingga gambar yang diperoleh tidak sesuai dengan yang menjadi permasalahan.

KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh bahwa ada 3 hambatan berpikir mahasiswa dalam memecahkan masalah limit barisan. Hambatan berpikir karena kurangnya pengetahuan awal biasanya dialami mahasiswa dalam pemahaman masalah dan menentukan ide dalam merencanakan penyelesaian. Hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan koneksi matematika mahasiswa dialami mahasiswa dalam pemahaman masalah, melakukan penyelesaian, dan memeriksa kembali jawaban dan prosedur yang digunakan. Sedangkan hambatan berpikir karena kurangnya kemampuan analogi mahasiswa biasanya dialami mahasiswa dalam memahami masalah, merencanakan penyelesaian, dan saat melakukan penyelesaian. Salah satu cara dosen untuk mengatasi hambatan tersebut yaitu dengan memberikan *scaffolding*. *Scaffolding* yang diberikan dimulai dari tingkatan *environmental provisions* atau menyiapkan gambaran lain ketika mahasiswa tidak memahami permasalahan awal. *Explaining* atau memberikan penjelasan. *Reviewing* atau refleksi terhadap jawaban dan memperbaiki hasil pekerjaan. *Restructuring* yaitu pertanyaan atau arahan untuk menemukan jawaban dan menjawab kembali dengan rancangan yang lebih baik. Sedangkan tahap *developing conceptual thinking* atau mencari alternatif lain untuk menyelesaikan masalah dan memberikan arahan agar menemukan adanya konsep lain yang berhubungan dengan masalah.

Penelitian ini hanya dilakukan di Universitas Hasyim Asy'ari yang mahasiswanya masih rendah secara kuantitas sehingga dapat diberikan saran bahwa semakin banyak pengambilan subyek, semakin banyak kemungkinan hambatan berpikir yang diperoleh.

DAFTAR RUJUKAN

Amintoko, G. (2014). *Hambatan berpikir siswa smp dalam memecahkan masalah bilangan bulat serta pemberian scaffolding untuk mengatasinya*. Malang.

Anghileri, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *9*(1), 33–52. https://doi.org/10.1007/s10857-006-9005-9

Bahar, E. E., Rahman, A., & Minggi, I. (2012). Analisis pemahaman mahasiswa terhadap konsep limit fungsi di satu titik (Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNM). *Sainsmat*, *1*(2), 181–190.

Crespo, S., & Nicol, C. (2003). Learning to investigate students' mathematical thinking: the role of student interviews. In *Learning to investigate students' mathematical thinking: the role of student interviews* (pp. 261–268). Umeå.

Darmadi. (2015). Profil aktivitas mahasiswi calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen dengan visualisasi. *Math Didactic: Jurnal Pendidikan Matematika*, *3*(1), 32–41.

Darmadi, Adamura, F., Maret, E., Ika, K., Suwani, S. R., & Kuswahyuni. (2011). Perbaikan kualitas perkuliahan analisis real melalui lesson study. *Jurnal Pendidikan MIPA*, *3*(1), 32–41.

Darmadi, Lukito, A., & Budayasa, K. (2013). Analisis kesulitan berpikir visual dalam memahami definisi formal pada barisan bilangan real. In *Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika* (pp. 978–989). Yogyakarta.

Hamid, A., & Madaeli, H. M. T. (2013). Penerapan paket buatan untuk mengatasi kesulitan mahasiswa menentukan selesaian pertidaksaamaan nilai mutlak dalam matakuliah kalkulus I. *AKSIOMA*, *3*(1), 44–51.

Harini, L. P. I., Astawa, I. G. S., & Srinadi, I. G. A. M. (2016). Eksplorasi miskonsepsi mahasiswa dalam pengembangan buku teks analisis real bermuatan peta pikiran. In *Seminar Nasional Sains dan Teknologi 2014* (pp. 941–949). Bogor.

Hodiyanto. (2017). Analisis kesalahan mahasiswa semester v dalam mengerjakan soal pengantar analisis real. *EduSains: Jurnal Pendidikan Sains &*

Matematika, *5*(1), 33–44.

Kartini; Susanto, E. (2015). Analisa kesulitan pembuktian matematis mahasiswa pada mata kuliah analisis real. In *Semirata 2015 bidang MIPA BKS-PTN Barat* (pp. 189–199). Pontianak.

Pratiwi, F. A. (2016). Analisis miskonsepsi belajar mahasiswa dalam menyelesaikan masalah pada mata kuliah analisis real pokok bahasan barisan bilangan real. *Iqra'*, *1*(2), 33–54.

Saleh, H. (2016). Penerapan strategi pembelajaran terbalik (reciprocal teaching) untuk meningkatkan kreativitas belajar. *∑IGMA*, *2*(1), 13–18.

Septian, A. (2014). Pengaruh kemampuan prasyarat terhadap kemampuan penalaran matematis dalam matakuliah analisis real. *ATIKAN: Jurnal Kajian Pendidikan*, *4*(2), 179–188.

Speer, N. M.; Wagner, J. F. (2009). Knowledge needed by a teacher to provide analytic scaffolding during undergraduate mathematics classroom discussions. Journal for Research in Mathematics Education, 40(5), 530–562. *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(5), 530–562.

Sucipto, L. . M. (2016). Analisis kesulitan mahasiswa dalam memahami konsep bilangan real. *Beta*, *9*(2), 197–211.

Sugilar, H. (2015). Implementasi model perkuliahan assesment for learning dalam meningkatkan kemampuan pembuktian pada mahasiswa pendidikan matematika. *Jurnal Perspektif*, *1*(1), 11–19.

Sunarto, T., Lutfiyah, & Wardanie, I. S. . (2014). Proses berpikir dalam mengkonstruksi konsep limit dengan teori vygotsky pada prinsip mediated learning. *Jurnal Pendidikan Dan Pengajaran Eksakta "ALAM HUJAU,"* *4*(1), 20.

Syawahid, M. (2015). Kemampuan berfikir formal mahasiswa. *Beta Jurnal Pendidikan Matematika*, *8*(2), 137–153.

Wuryanto. (2011). Meminimalisir hambatan belajar mahasiswa dalam menyelesaikan soal pembuktian suatu tautologi pada mata kuliah analisis real i dengan memberdayakan penalaran yang berasaskan prinsip reductio ad absurdum. *Jurnal Matematika Kreatif Inovatif*, *2*(1), 37–47.