
**PEMODELAN TANAH MAKAM
DENGAN PERSAMAAN DIFERENSIAL DAN ANALISISNYA
(BURIAL LAND MODELLING WITH DIFFERENTIAL EQUATIONS AND
ITS ANALYSIS)**

Rizal Dian Azmi¹, Siti Khoiruli ummah²

¹Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Malang,
rizal_dhiaz90@yahoo.com

²Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Muhammadiyah Malang,
uli.mathed@yahoo.com

Abstrak

Dalam ajaran Islam, seluruh umat muslim diharuskan untuk menguburkan seseorang yang telah meninggal, hal ini menjadi pertanyaan besar apakah dalam hal penguburan ini akan memberikan dampak kepada pemakaian lahan yang berlebihan. Dengan mempertimbangkan data dan masalah yang terjadi akhir-akhir ini, tulisan ini mendeskripsikan bagaimana pemakaian lahan pemakaman dan penguburan jenazah dengan model matematika. Persamaan diferensial digunakan untuk membentuk model tanah makam ini. Dari analisis model yang telah dilakukan yaitu jika tidak ada penambahan lahan, maka jumlah dari makam yang ditumpangkan adalah sebesar 98% dari makam yang terpakai. Selain itu, jika tidak ada penumpangan lahan, maka penambahan yang dilakukan sebesar 49% dari besarnya luas tanah yang terpakai.

Kata Kunci: Pemodelan, Tanah Makam, Persamaan Diferensial.

Abstract

In Islam, Muslim people have to bury the people who died, this problem is a big question that whether in the case of this burial would have an impact on excessive land use. Taking into account the data and problems that occurred lately, this paper want to show that how the burial land used with mathematical model. Differential equation is used to model of the burial land. In the analyzed result, if we do not have additional burial land, then we must accumulate corpses in 98% from the burial land. If we have the additional burial land, we must added 49% from the used burial land.

Keywords: Modeling, Burial land, Differential equation.

PENDAHULUAN

Lahan pemakaman adalah sebidang tanah yang disiapkan untuk pekuburan (Sugono, 2008). Pemakaman merupakan suatu yang pasti akan dipersiapkan bagi setiap manusia di dalam kehidupannya. Dalam Kamus Besar Bahasa Indonesia pemakaman sendiri berarti tempat mengubur, pekuburan, proses, cara, perbuatan memakamkan. Masyarakat sering mendefinisikan pemakaman adalah sebidang

tanah yang disiapkan untuk pekuburan. Berdasarkan pengertian tersebut dapat disimpulkan pemakaman tersebut berkaitan dengan kematian seseorang.

Cara-cara pemakaman diajarkan oleh beberapa agama, salah satunya adalah agama Islam. Dalam islam ada beberapa ketentuan-ketentuan yang harus diikuti dalam proses pemakaman. Beberapa Hadis yang merupakan ketentuan dari penggunaan lahan makam adalah sebagai berikut:

“Diriwayatkan dari Tsumamah bin Syufayya, ia berkata: Kami bersama Fadlalah bin ‘Ubaid di Negeri Rum, di Rudisa, kemudian teman kami wafat. Lalu Fadlalah bin ‘Ubaid menyuruh menguburnya dan meratakannya. Kemudian dia berkata: Saya mendengar Rasulullah SAW menyuruh supaya meratakannya” [HR. Muslim, no.92/968].

“Diriwayatkan dari Jabir, ia berkata: Rasulullah SAW melarang memplester kubur, mendudukinya dan mendirikan bangunan di atasnya” [HR. Muslim, no.94/970]. Al-Khattab (2007)

Hadis pertama, yang diriwayatkan oleh Tsumamah, memerintahkan agar semua kubur diratakan dengan tanah, tidak boleh lebih tinggi dari tanah disekitarnya. Hadits kedua, yang diriwayatkan oleh Jabir, melarang memplester kubur, duduk di atasnya dan mendirikan bangunan di atasnya. (Fatwatarjih, 2013)

Beberapa bulan terakhir ini sering terdengar beberapa masalah yang muncul tentang tanah pemakaman ini seperti makam fiktif, pembangunan makam mewah, sampai tingginya harga jual beli tanah makam. Beberapa daerah juga menginformasikan kekurangan lahan pemakaman, seperti yang diinformasikan surya.co.id yang berisi “Komisi C Dewan Perwakilan Rakyat Daerah (DPRD) Kota Surabaya meminta Pemerintah Kota (Pemkot) Surabaya untuk menyediakan lahan Tempat Pemakaman Umum (TPU). Sejauh ini, TPU milik pemkot kondisinya sudah penuh atau overload, hanya makam Keputih yang masih menyisahkan secuil lahan. Namun, jika tidak segera diatasi, bukan tidak mungkin lima tahun ke depan, warga Surabaya akan kesulitan mencari tempat pemakaman”, serta di Tribunnews.com, yang menyatakan bahwa “Lahan pemakaman umum di Kabupaten Kepulauan Anambas terbilang sangat terbatas”. Adanya kasus-kasus ini berpengaruh terhadap pemikiran beberapa orang tentang cara terbaik untuk mengkondisikan jenazah seseorang, beberapa orang memikirkan tindakan yang sebaiknya dilakukan seperti jenazah tersebut dibakar atau lainnya. Akan tetapi pada website Fatwatarjih.com (2013) cara ini tidak dianjurkan didalam ajaran Islam.

Berbanding terbalik dengan masalah tersebut, dalam Islam memperbolehkan persoalan pemakaman tumpangan seperti yang dikatakan ketua komisi fatwa Majelis Ulama Indonesia (MUI), Hasanuddin AF (Republika), bahwa “sistem pemakaman tumpangan tidak menyalahi syariat. Yang tidak diperkenankan, kalau terjadi masalah antara ahli waris dan pengelola. Pada dasarnya tidak ada masalah,” ujarnya. Penumpangan lahan makam ini juga digunakan di negara Arab Saudi, dimana jenazah yang telah dikubur selama 10 tahun, biasanya tulang belulanganya akan disingkirkan di lubang yang sama, lalu jenazah baru dimasukkan. Sistem tumpang tindih ini untuk mensiasati kurangnya lahan makam, sementara jumlah orang yang meninggal dunia, apa lagi di musim haji yang sangat banyak. Persoalan penumpangan lahan pemakaman dibahas pada

peraturan daerah DKI Jakarta (2007) pada BAB VII tentang penggunaan lahan makam pasal 36 yang berbunyi:

1. Setiap petak tanah makam di taman pemakaman harus digunakan untuk pemakaman dengan cara bergilir atau berulang pada tiap berakhirnya penggunaan tanah makam.
2. Tiap petak tanah makam di taman pemakaman dipergunakan untuk pemakaman tumpangan, kecuali keadaan tanahnya tidak memungkinkan.
3. Pemakaman tumpangan dilakukan diantara jenazah anggota keluarga dan apabila bukan anggota keluarga, harus ada izin tertulis dari keluarga ahli waris atau pihak yang bertanggung jawab atas tanah makam yang ditumpangi.
4. Pemakaman tumpangan dapat dilakukan di atas atau di samping jenazah yang telah dimakamkan, dengan ketentuan jarak antara jenazah dengan permukaan tanah paling rendah satu meter.
5. Pemakaman tumpangan dapat dilakukan sesudah jenazah lama dimakamkan paling singkat 3 (tiga) tahun.

Dalam penelitian tentang tanah makam yang dilakukan Supriyadi (2015), makam di wilayah Mataram digunakan sebagai objek penelitian, memperoleh bahwa Mataram masih kekurangan lahan sebanyak 33,53 ha untuk muslim dan 7,85 ha untuk non muslim. Pada penelitian ini tidak mengasumsikan adanya penumpangan makam yang menyebabkan banyaknya penggunaan makam baru yang harus disiapkan. Hal ini membuat penulis ingin mengkaji bagaimana jika tanah pemakaman ini dimodelkan dan dianalisis dengan cara matematis. Model matematis yang dibentuk adalah model dengan persamaan diferensial (finizio, 1982; Edwards, 2001). Beberapa model yang dibentuk dengan persamaan diferensial berupa sistem persamaan diferensial, suatu sistem yang dapat diketahui nilainya di masa yang akan datang jika diberikan suatu kondisi awal pada masa sekarang atau di masa yang telah lalu (Nagle, 2004). Penyelesaian dari system dinamik ini telah banyak diberikan pada berbagai buku untuk setiap berbagai kasus yang muncul, salah satunya penyelesaian sistem dinamik pada model *predator-prey* (Allman, 2003).

PEMBENTUKAN MODEL

Penggunaan tanah makam pasti bergantung kepada kematian seseorang. Pertumbuhan maupun kematian seseorang pada umumnya dapat dimodelkan dengan model pertumbuhan logistik. Model logistik pertama diperkenalkan oleh Verhulst pada tahun 1838, dimana model logistik ini menghasilkan solusi yang berbentuk fungsi monoton naik atau monoton turun. Fungsi ini memberikan penafsiran bahwa jumlah populasi akan terus bertambah (tidak pernah berkurang) atau akan terus berkurang (tidak pernah bertambah). Kaidah logistik (*logistic law*) diasumsikan bahwa persediaan logistik ada batasnya, model ini mengasumsikan bahwa pada masa tertentu jumlah populasi akan mendekati titik kesetimbangan (*equilibrium*). Pada titik ini, jumlah kelahiran dan kematian dianggap sama, sehingga grafiknya akan mendekati konstan (*zero growth*) (Timuneno, 2008). Dalam buku "*The Mathematics of Behavior*" yang ditulis Earl Hunt (2007) dijelaskan bahwa sebuah model yang baik untuk kematian seseorang adalah model yang meningkat setiap waktunya yang dalam persamaan diferensial dapat dituliskan dalam persamaan (2.1).

$$\frac{dx(t)}{dt} = ax(t), \quad (2.1)$$

dimana $x(t)$ adalah kematian seseorang setiap satuan waktu t dan a merupakan laju kematian.

Di Indonesia, rata-rata pemakaman seseorang yang telah meninggal akan menggunakan lahan makam dengan ukuran lebar $1,25 \text{ m}$ dan panjang $2,5 \text{ m}$ serta dalamnya $1,5 \text{ m}$. Sehingga dapat dirata-rata setiap orang menggunakan luas lahan sebesar $3,125 \text{ m}^2$. Hal ini telah dijelaskan dalam peraturan daerah Jakarta no.3 tahun 2007. Dalam pemodelan ini luas tanah untuk petak makam setiap orang akan dimisalkan dengan b , sehingga penggunaan lahan makam ($y(t)$) dapat dituliskan sebagai persamaan diferensial

$$\frac{dy(t)}{dt} = y(t) + b \frac{dx(t)}{dt} = y(t) + bax(t). \quad (2.2)$$

Pada pemodelan lahan makam ini, lahan yang dapat digunakan (z) merupakan lahan yang dapat ditambah setiap tahunnya dengan laju penambahan A . Luas lahan yang digunakan ($y(t)$) dalam memakamkan seseorang juga mengurangi banyaknya lahan ini. Selain itu, dalam permasalahan penggunaan lahan makam, terdapat istilah makam tumpangan yang didefinisikan sebagai penumpukan jenazah pada lahan yang telah terisi beberapa waktu sebelumnya. Dalam ajaran Islam, menguburkan dua mayat atau lebih di dalam satu liang kubur dengan keadaan terpaksa seperti banyaknya orang yang meninggal karena tenggelam, keruntuhan, bencana alam, keterbatasan lahan pekuburan diperbolehkan. Untuk cara penumpangan lahan juga dijelaskan dalam peraturan daerah Jakarta no.3 tahun 2007. Penumpangan lahan ini juga memperhatikan persetujuan dari keluarga jenazah yang dikuburkan sebelumnya. Hal ini juga mempengaruhi banyaknya lahan yang dapat digunakan. Dari uraian tersebut, maka dapat disimpulkan bahwa

$$\frac{dz(t)}{dt} = A - y(t) + cy(t - T), \quad (2.3)$$

dengan A merupakan laju penambahan lahan makam. Jika nilai A adalah nol, maka dapat diartikan lahan tersebut memiliki luas yang konstan atau tetap. c merupakan banyaknya lahan yang disetujui keluarga untuk ditumpangkan dan $y(t - T)$ merupakan lahan yang terisi dengan lama T tahun, dengan nilai c berada pada interval $[0,1]$.

Kemudian dari persamaan (2.1), (2.2), dan (2.3) diperoleh sistem persamaan diferensial

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= ax(t), \\ \frac{dy(t)}{dt} &= y(t) + bax(t), \\ \frac{dz(t)}{dt} &= A - y(t) + cy(t - T), \end{aligned} \quad (2.4)$$

dengan $x(0) = x_0, y(0) = y_0$, dan $z(0) = z_0$. Sistem (2.4) adalah sistem yang akan dianalisis untuk mengetahui bagaimana penggunaan lahan makam yang benar.

ANALISIS MODEL

Analisis sistem (2.4) dapat dimulai dari penyelesaian persamaan (2.1). Persamaan (2.1) merupakan persamaan diferensial dengan satu variabel yang dapat diselesaikan dengan mudah menjadi

$$x = x_0 e^{at}, \quad (3.1)$$

dengan x_0 adalah nilai awal dan e adalah konstanta Naperian (Hunt, 2007).

Kemudian persamaan kedua dari (2.4) dapat diselesaikan dengan cara substitusi (3.1) ke persamaan (2.2) dan diperoleh

$$\frac{dy(t)}{dt} = y(t) + bax_0 e^{at}. \quad (3.2)$$

Penyelesaian dari persamaan (3.2) ini adalah

$$y(t) = \frac{bax_0 e^{at}}{a - 1} + e^t y_0. \quad (3.3)$$

Untuk menyelesaikan persamaan (2.3), substitusi (3.1) dan (3.3) kedalam (2.3) sehingga akan diperoleh

$$\frac{dz}{dt} = A + \left(\frac{c}{e^{aT}} - 1\right) \left(\frac{bax_0 e^{at}}{a-1}\right) + \left(\frac{c}{e^T} - 1\right) y_0 e^t. \quad (3.4)$$

Persamaan (3.4) ini memiliki penyelesaian sebagai berikut.

$$z(t) = z_0 + At + \left(\frac{c}{e^{aT}} - 1\right) \left(\frac{bax_0 e^{at}}{a - 1}\right) + \left(\frac{c}{e^T} - 1\right) y_0 e^t. \quad (3.5)$$

Keadaan ekuilibrium atau kondisi stabil dari z dapat dianalisis dari persamaan (3.4) dengan menyamakan ruas kiri dengan nol, sehingga diperoleh

$$A = \left(1 - \frac{c}{e^{aT}}\right) \left(\frac{bax_0 e^{at}}{a - 1}\right) + \left(1 - \frac{c}{e^T}\right) y_0 e^t \quad (3.6)$$

Persamaan ini dapat menjelaskan beberapa kondisi untuk mendapatkan keadaan stabil dari tanah yang dapat digunakan. Kondisi pertama jika tidak ada penambahan tanah A maka untuk $a = 1$ nilai $c = e^{aT}$ dan untuk $0 \leq a < 1$ nilai

$$c = \frac{y(t)}{\left(\frac{bax_0 e^{at}}{e^{aT}(a-1)}\right) + \left(\frac{y_0 e^t}{e^T}\right)}.$$

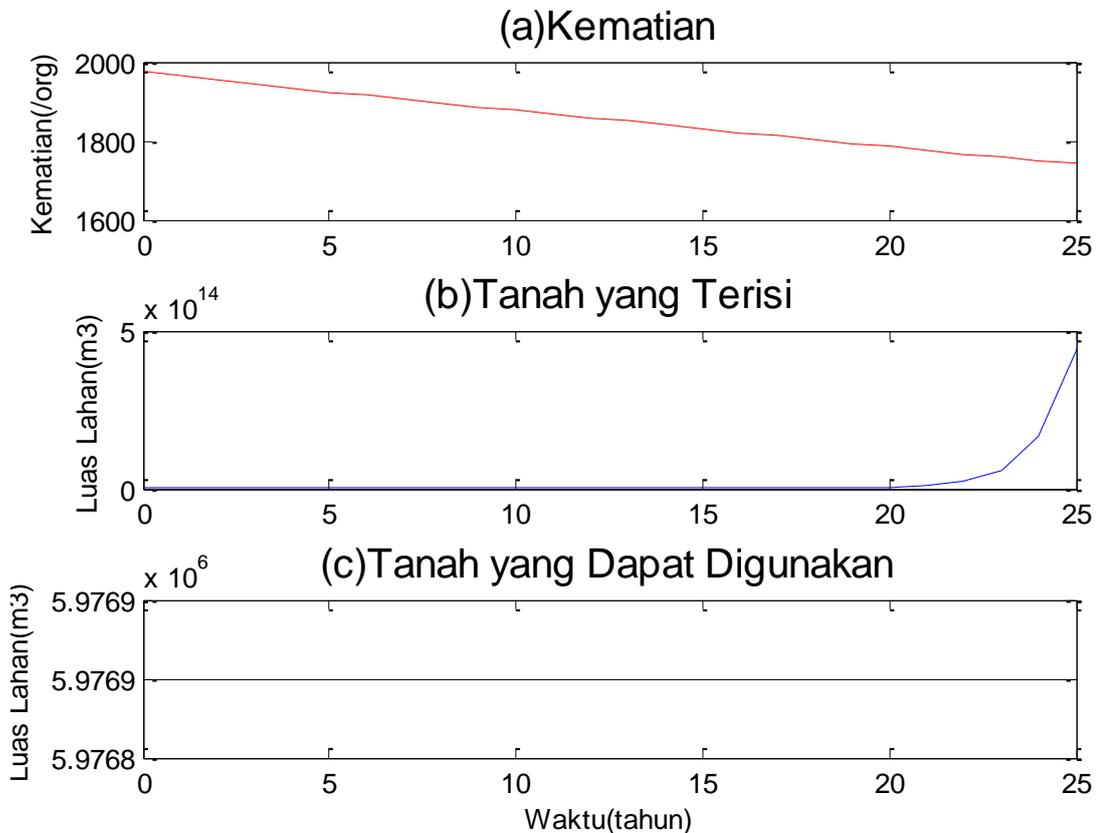
Sedangkan untuk kondisi kedua dimana ada penambahan tanah A , maka nilai A ini sangat dipengaruhi oleh nilai c , atau dapat diartikan jika semakin besar nilai c (mendekati 1) maka tanah tambahan yang dibutuhkan akan semakin sedikit.

Untuk melihat bagaimana pengaruh dari penambahan tanah dan banyaknya makam yang dapat ditumpangkan akan dibahas lebih jauh lagi pada subbab berikutnya.

SIMULASI

Dalam subbab simulasi ini, dibahas beberapa kasus yang menjadi permasalahan dalam penggunaan lahan makam. Kasus pertama adalah jika tidak adanya penambahan lahan atau dengan arti nilai A adalah nol. Kasus kedua yakni bagaimana penambahan lahan jika mengenai penggunaan lahan makam, mulai dari luas lahan perorang sampai dengan lama makam yang dapat ditumpangkan, mengikuti aturan pemerintah.

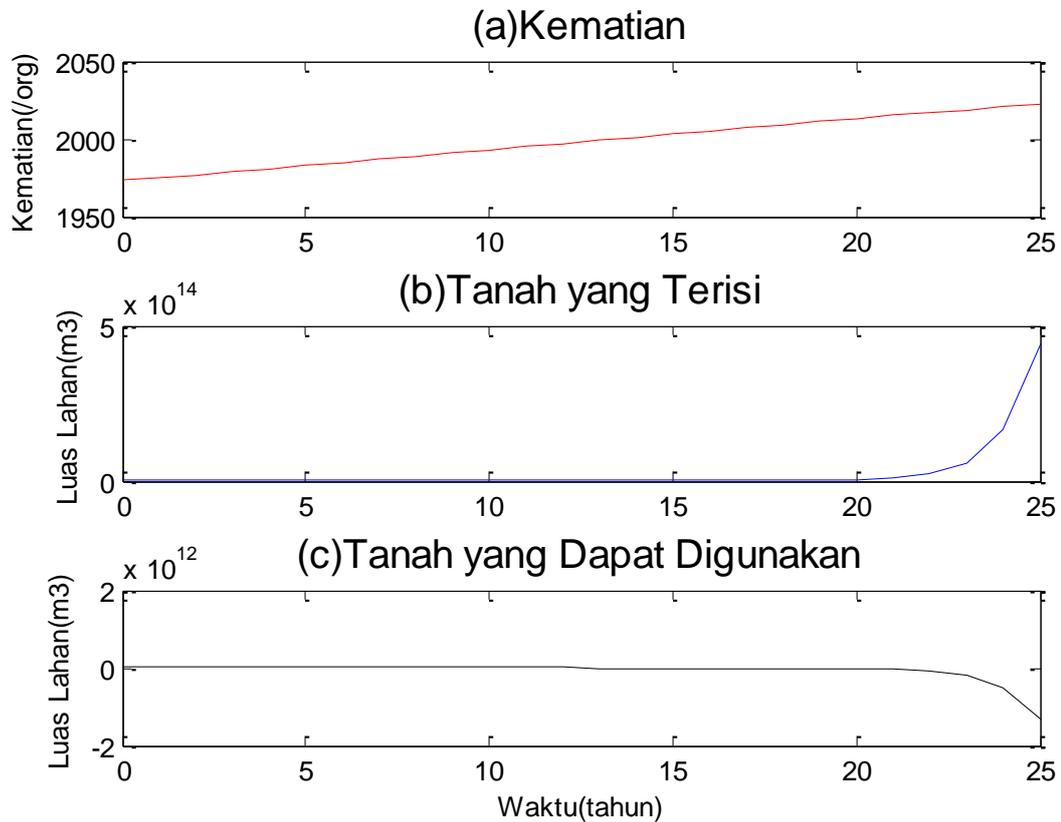
Pada simulasi kasus pertama dengan $A = 0$, digunakan nilai $a = -0,005$ dan $a = 0,001$. Kasus dengan nilai $a = -0,005$ ini merupakan pendekatan untuk masalah kematian di Jakarta. Nilai lainnya yang diberikan adalah $x_0 = 1976$, $b = 3,125$, $y_0 = 0$, $z_0 = 5976851$ dan $T = 3$. Pada kasus pertama ini, telah kita ketahui bahwa agar memenuhi kondisi yang stabil, maka diperlukan nilai $c = e^{aT}$. Sehingga keadaan stabil ini akan terjadi jika $a \leq 0$, yang akan mengakibatkan kemungkinan c tetap berada pada rentang $[0, 1]$. Keadaan ini diperlihatkan pada Gambar 1. yang menunjukkan bahwa untuk nilai $a = -0,005$ mewakili kasus untuk jumlah kematian yang semakin menurun. Untuk gambar 1.b terlihat jelas bahwa jumlah tanah yang terisi semakin naik, akan tetapi dalam 1.c diperlihatkan bahwa jumlah tanah yang dapat digunakan akan bernilai konstan. Dengan demikian untuk kasus ini tanah makam akan tetap dapat terpakai untuk selamanya.



Gambar 1. Keadaan stabil yang akan terpenuhi untuk $a = -0.005$ dan dengan $c = 0.9851$

Keadaan yang sebaliknya akan terjadi jika nilai laju kematian $a > 0$, maka keadaan stabil untuk tanah yang digunakan tidak mungkin dapat terpenuhi atau dengan kata lain tanah akan terus berkurang hingga banyaknya lahan untuk menguburkan jenazah habis atau tidak tersisa, hal ini dikarenakan jika nilai $a > 0$ akan mengakibatkan nilai $c > 1$ yang tidak mungkin dapat dipenuhi karena nilai maksimal dari c adalah 1. Kejadian ini dapat dilihat pada Gambar 2. Terlihat bahwa pada Gambar 2c grafik akan semakin menurun. Hal ini menunjukkan bahwa untuk mengantisipasi permasalahan lahan ini haruslah ada penambahan lahan makam baru pada setiap tahunnya

Untuk kasus kedua, yaitu jika diberikan penambahan lahan setiap tahunnya, akan dibahas berapa banyak lahan yang diperlukan setiap tahunnya untuk masalah yang diambil, yaitu masalah di kota Jakarta. Pertama jika kita mengumpamakan banyaknya keluarga yang mengizinkan makam saudaranya digunakan sebagai makam tumpangan adalah 0,5 dari keseluruhan, hal ini kita ambil karena peluang untuk c mendekati 1 adalah sangat kecil.



Gambar 2. Untuk $a = 0.001$ dan dengan memaksimalkan $c = 1$, maka luas lahan yang dapat digunakan akan terus berkurang dan akan memerlukan suatu penambahan lahan baru.

Jika $a = -0,005$, maka dari hasil analisis pada bab 3 diperoleh $A = 0,492 y(t)$. Ini dapat diartikan bahwa untuk tahun yang akan datang harus disiapkan tanah tambahan 0,492 dari luas tanah yang terpakai tahun ini.

KESIMPULAN

Setelah melakukan analisis tentang model ini, yang dapat disimpulkan dari masalah ini adalah bahwa jika tidak adanya penambahan lahan makam disetiap tahunnya, maka haruslah pemakaman yang ditumpangkan sebanyak e^{aT} , dengan mengambil kasus di Jakarta, maka besarnya yang ditumpangkan adalah sebesar 0,9851 dari makam yang terpakai. Hal ini termasuk sulit untuk terjadi karena banyaknya makam yang ditumpangkan tidak mungkin dapat sebanyak itu, mengingat bahwa banyak persyaratan yang harus dipenuhi untuk menumpangkan makam. Sedangkan untuk masalah adanya penambahan lahan makam, maka penambahan yang dilakukan harus memenuhi persamaan 3.5, dimana untuk kasus Jakarta penambahan yang dilakukan sebesar 0,492 dari besarnya luas tanah yang terpakai.

Dari analisis yang telah dilakukan maka cara yang paling memungkinkan adalah harus adanya penambahan lahan makam pada setiap tahunnya. Ini dikarenakan sulitnya memenuhi prasyarat penumpangan makam dan besarnya nilai penumpangan yang harus dilakukan untuk memenuhi kebutuhan pemakaman.

RUJUKAN

- Al-Khattab, N. (2007). *Translation of Sahih Muslim Vol.2*. London: Darussalam International Publications Ltd.
- Allman, E.S., & Rhodes, J.A. (2003). *Mathematical Models in Biology: An Introduction*. New York: Cambridge University Press.
- Edwards, C.H. & Penney, D.E. (2001). *Differential Equation and Linear Algebra*. New Jersey: Prentice Hall Inc.
- Finizio, N. & Ladas, G0-0. (1982). *Persamaan Diferensial Biasa dengan Penerapan Modern*. Jakarta: Erlangga.
- Hunt, Earl. (2007). *The Mathematics of Behavior*. New York: Cambridge University Press.
- Sasongko, A. (2016). Lahan Pemakaman Terbatas Makam Nebeng Jadi Solusi., Retrieved from www.republika.co.id/berita/regional/jabodetabek/11/07/05/lnu8nw-lahan-pemakaman-terbatas-makam-nebeng-jadi-solusi
- Anonymous. (2013). Larangan Seputar Kuburan. Retrieved from www.fatwatarjih.com/2013/10/larangan-seputar-kuburan.html
- Nagle, R.K. dan E.B.Saff. (2004). *Fundamental of Differential Equation and Boundary Value Problem*. USA: Addison-Wesley Publishing Company.
- Peraturan Daerah Provinsi Daerah Khusus Ibukota Jakarta Nomor 3 Tahun 2007.
- Sugono, Dendy. (2008). *Kamus Bahasa Indonesia*. Jakarta: Pusat Bahasa
- Supriyadi, Lalu Agus, dkk. (2015). Analisis Pendukung Pengambilan Keputusan Prioritas Penataan Pemakaman di Kota Mataram Berbasis Sistem Informasi Geografi. *Jurnal Sains Teknologi & Lingkungan*, 1(1)
- Timuneno, Henny M., R. Heri Soelistyo Utomo, dan Widowati. (2008). Model Pertumbuhan Logistik Dengan Waktu Tunda. *Jurnal Matematika*, 11(1)